

UNIVERSIDADE DO PORTO
FACULDADE DE ENGENHARIA

AUMENTO DA EFICIÊNCIA DAS LIGAÇÕES
EM MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS
ATRAVÉS DA COLAGEM DE INSERTOS

Helder Belmiro Mendes Martins

Licenciado em Engenharia Mecânica pela Universidade do Porto, Faculdade de
Engenharia

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA PARA SATISFAÇÃO PARCIAL DOS REQUISITOS DO GRAU
DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DO PORTO

DEZEMBRO 2002

Dissertação realizada sob a supervisão de Professor Doutor Pedro Ponces Camanho, do
Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial da Faculdade de Engenharia da
Universidade do Porto

Para a Cristina e para os meus pais.

Resumo

Aumento da Eficiência das Ligações em Materiais Compósitos Laminados através da Colagem de Insertos por

Helder Belmiro Mendes Martins

A utilização de ligações aparafusadas em materiais Compósitos é uma técnica que está generalizada em várias indústrias. As vantagens principais desta técnica são a fácil montagem, a possibilidade de substituir os componentes e a simples preparação do compósito. No entanto, os elevados factores de concentração de tensões criados pela presença de um furo no compósito implicam baixas eficiências estruturais.

Uma técnica promissora para a melhoria da eficiência das juntas em material compósito é a utilização de insertos metálicos colados ao furo realizado no compósito por intermédio de adesivos estruturais. Para além de redistribuir as tensões, os insertos podem ser utilizados na reparação de ligações danificadas.

O objectivo deste trabalho é desenvolver as tecnologias necessárias para aumentar a eficiência das ligações mecânicas em materiais compósitos, utilizando a colagem de insertos metálicos. São desenvolvidos modelos numéricos tridimensionais das juntas, considerando um modelo progressivo de dano, com base no critério de Hashin, e em coeficientes de degradação das propriedades.

São comparados os parâmetros da resistência das juntas, as diferentes leis de propagação do dano, e os parâmetro da rigidez das juntas, entre os modelos sem inserto e os modelos com inserto.

Orientador:

Pedro P. Camanho

Professor Auxiliar

Abstract

Increase of Efficiency of Composite Laminates Joints using Bonded Inserts

by
Helder Belmiro Mendes Martins

The use of bolted joints in composite materials is a technique that is generalized in several industries. The main advantages of this technique are the easy assembly, the possibility to substitute the components and the simple preparation of the composite. However, the high tension concentration factor created by the presence of a hole in the composite decreases structural efficiencies.

One promising technique for the improvement of the efficiency of composite joints is the use of metallic inserts bonded to hole drilled in the composite, using structural adhesives. Besides redistributing the tensions, the inserts can be used in the repairing of damaged joints.

The objective of this work is to develop the technologies necessary to increase the efficiency of the mechanical joints in composite material, using bonded metallic inserts. Three-dimensional numerical models of the joints are developed, considering a progressive damage model, based on the Hashin's criterion, and in degradation coefficients of the properties. The joint strength parameters, the different laws of damage propagation, and the joint stiffness parameters are compared, for the models without insert and the models with insert.

Supervisor:

Pedro P. Camanho

Professor

Résumé

L'augmentation de l'efficacité des joints de liscion des matériaux composites en utilisant les insertions collées par

Helder Belmiro Mendes Martins

L'utilisation des joints boulonnés en matières composites est une technique qui est généralisée dans quelques industries. Les avantages principaux de cette technique sont l'ensemble facile, la possibilité de substitution de les composants et la simple préparation du composite. Cependant, le élevé facteurs de concentration de contrainte créé par la présence d'un trou dans le composite diminue des efficacités structurales.

Une technique prometteuse pour l'amélioration de l'efficacité des joints composés est l'utilisation des insertions métalliques collées sur le trou exécuté dans le composite, par l'utilisation des adhésifs structuraux. Avec sa fonction de redistribuer les contrainte, les insertions peuvent être employées dans la réparation des joints endommagés.

L'objectif de ce travail est de développer les technologies nécessaires pour augmenter l'efficacité des joints mécaniques en matière composite, en utilisant les insertions métalliques collées. Des modèles numériques tridimensionnels des joints sont développés, considérant un modèle progressif d'endommagement, basé sur le Hashin's criterion, et dans des coefficients de dégradation des propriétés.

Les paramètres communs de force, les différentes lois de la propagation des dommages, et les paramètres communs de rigidité sont comparés, pour les modèles sans insertion et les modèles à l'insertion.

Superviseur:

Pedro P. Camanho

Professeur

Prefácio

Este trabalho, aqui apresentado como dissertação do mestrado em engenharia mecânica, foi levado a cabo entre Setembro/2001 e Outubro/2002, e foi desenvolvido no âmbito do projecto de investigação científica, POCTI/43525/EME/2000. O projecto é financiado pela Fundação da Ciência e Tecnologia, do MCT, ao qual devo os devidos agradecimentos.

O projecto, intitulado de "Melhoria da eficiência das ligações aparafusadas", é composto por duas partes, uma dedicada aos testes experimentais e a outra dedicada às previsões e simulações numéricas. Este trabalho reproduz os estudos efectuados ao nível das simulações numéricas, que foram efetuadas por mim, no âmbito do referido projecto.

Ao orientador do projecto, e meu orientador, Prof. Pedro P. Camanho, a quem devo este trabalho, pelo esforço, capacidade de trabalho e de ajuda, e por todas as condições que foram criadas para que este trabalho fosse possível, um sensível e especial agradecimento. À Cassilda, como colega de trabalho no âmbito do projecto e como amiga, um especial agradecimento.

Gostaria de deixar ainda, um grande abraço aos meus colegas e amigos do Laboratório CAD e do mestrado, Marco, Ricardo, Robertt, e ao Silvestre e José Esteves. Muito obrigado!

Um especial agradecimento aos colegas da Escola Superior de Tecnologia de Setubal, em especial ao Ricardo Cláudio pela importante ajuda prestada nos últimos meses.

Aos meus pais, irmãos, e avós, agradeço todo o apoio e incentivo, sem os quais, o presente trabalho seria certamente muito mais difícil.

À Cristina, pela companhia, amizade e companheirismo durante todo este processo, um muito especial agradecimento.

Porto, 12 de Novembro de 2002

Helder Belmiro Mendes Martins

Índice de Conteúdos

Resumo	v
Abstract	vii
Résumé	ix
Prefácio	xi
Índice de Conteúdos	xiii
Lista de Tabelas	xvi
Lista de Figuras	xix
Notações e Abreviaturas	xxiii
1 Introdução	1
2 Ligações desmontáveis em estruturas aeronáuticas em materiais compósitos laminados	9
2.1 Introdução	9
2.2 Mecanismos de dano e modos de rotura em compósitos laminados . .	11
2.2.1 Definições	11
2.2.2 Factores e influências	14
2.3 Análise das tensões e do problema do contacto	15
2.4 Parâmetros de resistência das juntas em materiais compósitos laminados	19
2.4.1 Teorias de dano ou rotura	20
2.4.2 Métodos progressivos de dano	23
2.5 Desenvolvimentos mais recentes na simulação das juntas sobrepostas .	26
2.5.1 Análise tridimensional das juntas	28
2.5.2 Utilização de insertos metálicos	31
2.5.3 Resistência à fadiga das juntas	33
2.5.4 Tensões térmicas residuais das juntas	36
3 Simulação numérica pelo método dos elementos finitos	
Validação da malha de elementos finitos	39
3.1 Equações básicas do Método dos Elementos Finitos	39

3.1.1	Teorema dos trabalhos virtuais	40
3.1.2	Métodos numéricos não lineares	44
3.2	Aplicação do método dos elementos finitos aos compósitos laminados	45
3.3	Modelação do algoritmo de contacto	47
3.4	Geração dos modelos de elementos finitos	52
3.4.1	Elemento sólido C3D8 e C3D20	53
3.4.2	Malha de elementos finitos e geração dos modelos	56
3.4.3	Validação dos modelos	60
4	Modelo progressivo de dano	63
4.1	Introdução	63
4.2	Critérios de dano associado às lâminas	63
4.2.1	Critérios de dano não associados à modos de rotura	64
4.2.2	Critérios de dano associados à modos de rotura	67
4.3	Modelo progressivo de dano	70
4.3.1	Degradação das propriedades do material	71
4.3.2	Previsão da rotura final do laminado	74
4.4	Implementação numérica do modelo de dano	76
5	Modelos das juntas de sobreposição simples e de sobreposição dupla Implementação do comportamento não linear do adesivo	79
5.1	Ensaio de caracterização do material compósito	81
5.1.1	Ensaio de tracção	82
5.1.2	Ensaio de flexão	84
5.1.3	Ensaio de corte	85
5.1.4	Conclusões	86
5.2	Geometria dos provetes	87
5.3	Modelos de sobreposição dupla	90
5.3.1	Modelo <i>double shear</i> sem inserto - DS	92
5.3.2	Modelo <i>double shear</i> com inserto - DSI	93
5.4	Modelos de sobreposição simples	95
5.4.1	Modelo <i>single shear</i> sem inserto - SS	97
5.4.2	Modelos <i>single shear</i> com inserto - SSI1, SSI2 e SSI3	98
5.5	Simulação do comportamento do adesivo	100
6	Análise e discussão dos resultados	105
6.1	Resultados experimentais: validação da previsão do comportamento das juntas	107
6.2	Parâmetros de resistência e rigidez: modelos sem inserto	115
6.2.1	Modelo de sobreposição dupla - DS. Propagação dos danos	115
6.2.2	Modelo de sobreposição simples - SS	123
6.3	Parâmetros de resistência e rigidez: modelos com inserto	126
6.3.1	Modelo de sobreposição dupla - DSI	126
6.3.2	Modelos de sobreposição simples - SSI1, SSI2 e SSI3	128
6.4	Discussão dos resultados: medição da eficiência da utilização dos insertos	130

7	Conclusões e propostas de trabalhos futuros	133
7.1	Conclusões	133
7.2	Propostas de trabalhos futuros	136
	Bibliografia	138

Lista de Tabelas

3.1	Propriedades de uma lamina em CFRP	57
3.2	Propriedades de um laminado em CFRP quasi-isotrópico	59
4.1	Critérios polinomiais de dano	65
4.2	Critérios polinomiais de dano	66
5.1	Propriedades elásticas teóricas, do pré-impregnado SEAL, TEXIPREG®HS 160 REM	81
5.2	Parâmetros de resistência teóricos, do pré-impregnado SEAL, TEXIPREG®HS 160 REM	81
5.3	Valores médios das propriedades dos laminados	87
5.4	Propriedades elásticas do laminado	87
5.5	Parâmetros de resistência do laminado	88
5.6	Propriedades elásticas do alumínio, série 2000	93
5.7	Dimensões dos insertos	100
5.8	Características das malhas de elementos finitos para os modelos SSI1, SSI2 e SSI3.	100
5.9	Propriedades do adesivo	103
6.1	Comparação dos valores da carga, para diferentes valores de % dr , entre os resultados experimentais e o modelo DS	114
6.2	Indicação da carga, da camada e da % dp , para o início de cada tipo de dano - modelo DS	116
6.3	Indicação da carga, da camada e da % dp , para o início de cada tipo de dano - modelo SS	125
6.4	Indicação da carga correspondente ao início da plastificação e da ro- tura do adesivo - modelo DSI	127
6.5	Indicação da carga correspondente ao início da plastificação e da ro- tura do adesivo - modelo DSI	128

6.6	Indicação das cargas correspondente ao início da plastificação e da rotura do adesivo, para os modelos SSI1, SSI2, SSI3	129
6.7	Comparação dos valores da tensão de esmagamento (S_b), para os modelos DS e DSI	131
6.8	Comparação dos valores da tensão de esmagamento(S_b) entre os modelos SS e SSI1, SSI2 e SSI3	131

Lista de Figuras

1.1	Exemplos de ligações aparafusadas nas estruturas aeronáuticas em material compósito [Ire99]	4
1.2	Procedimento típico da análise das juntas aparafusadas. Baseado em MIL-HDBK-17-3E [MIL97a]	5
2.1	Modos ou mecanismos de rotura mais frequentes nas ligações dos laminados compósitos através de elementos mecânicos desmontáveis [Sta01]: a) tracção; b) esmagamento; c) corte; d) rotura do elemento de ligação	11
2.2	Modos de rotura [MIL97b] a) <i>cleavage</i> b) <i>pull-through</i>	13
2.3	Definição da orientação das fibras e do ângulo de contacto [Cam99] .	17
2.4	Curva característica [CSS82]	22
2.5	Procedimento típico da análise tridimensional[Ire98]	29
3.1	Interacção entre os nós <i>slave</i> e os nós <i>master</i> nos casos bidimensionais	48
3.2	Fluxograma que representa o modelo do contacto utilizada através do ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a]	52
3.3	Elemento isoparamétrico C3D20	55
3.4	Geometria utilizada na validação da malha	57
3.5	Pormenor da malha de validação	58
3.6	aplicação da carga no modelo de validação	58
3.7	Comparação dos resultados obtidos para a validação da malha	61
4.1	Fluxograma que representa o modelo do dano progressivo	76
5.1	Configurações de juntas mais usuais utilizando ligações com os EMD. Baseado em Strong [Str89]	80
5.2	Curvas da força em função do deslocamento obtidas no ensaio de tracção a 0° [TC02]	83

5.3	Curvas da força em função do deslocamento obtidas no ensaio de tracção a 90° [TC02]	84
5.4	Curva força em função do deslocamento obtida para o provete nº6 [TC02]	85
5.5	Curvas da força em função do deslocamento obtidas nos ensaios de corte	86
5.6	Recomendações MIL-HDBK-17-1E [MIL97b]	88
5.7	Modelo Double Shear - DS	89
5.8	Modelo Single Shear - SS	90
5.9	Carregamento no modelo DS	91
5.10	Pormenores da malha do modelo <i>Double Shear</i> : a) Pormenor dos elementos do furo e da zona de contacto; b) Pormenor da placa central; c) Pormenor do empilhamento dos elementos	92
5.11	Carregamento no modelo DS com inserto, DSINS	94
5.12	Pormenor da malha no modelo DS com inserto, DSINS - notam-se os elementos que modelam o inserto e os elementos que modelam o adesivo	95
5.13	Forma de carregamento no Modelo Single Shear - SS	97
5.14	Aspecto e pormenor da malha do modelo <i>Single Shear</i> sem inserto . .	98
5.15	Diferentes tipos de insertos aplicados nos modelos SS; a) Tipo I, b) Tipo II, e c) Tipo III	99
5.16	Modelo Single Shear com a aplicação do inserto - SSINS	99
5.17	Pormenor da malha de elementos finitos para o modelo <i>Single Shear</i> com o inserto do tipo I	101
5.18	Pormenor da malha de elementos finitos para o modelo <i>Single Shear</i> com o inserto do tipo II	102
5.19	Pormenor da malha de elementos finitos para o modelo <i>Single Shear</i> com o inserto do tipo III	102
5.20	Curva tensão-deformação do adesivo	104
6.1	Dispositivo utilizado para a amarração e leitura dos deslocamentos [TC02], baseado em Vangrimde and Boukhili [VB02]	109
6.2	Pormenor do provete utilizado no ensaio de esmagamento [TC02] . .	111
6.3	Pormenor da leitura dos valores do deslocamento relativo, utilizando o LVDT	111
6.4	Comparação entre os resultados do modelo DS e Experimentais [TC02]	113
6.5	Indicação gráfica dos pontos correspondentes ao início do dano - modelo DS	117

6.6	Evolução dos quatro tipos de dano, para a camada a 0° , considerando três níveis de carga. Modelo DS	119
6.7	Evolução dos quatro tipos de dano, para a camada a 90° , considerando três níveis de carga. Modelo DS	120
6.8	Evolução dos quatro tipos de dano, para a camada a $+45^\circ$, considerando três níveis de carga. Modelo DS	121
6.9	Evolução dos quatro tipos de dano, para a camada a -45° , considerando três níveis de carga. Modelo DS	122
6.10	Deformação típica dos modelos de sobreposição simples. Modelo SS .	123
6.11	Contacto não uniforme ao longo da espessura. Modelo SS	124
6.12	Indicação gráfica dos pontos correspondentes ao início do dano - modelo SS	125
6.13	Curva do comportamento do modelo DSI. Indicação do início da plastificação e rotura do adesivo	127
6.14	Curva do comportamento dos modelos SSI1, SSI2 e SSI3. Indicação do início da plastificação e rotura do adesivo	128
6.15	Resposta ao esmagamento dos modelos DS e DSI. Comparação dos resultados	130
6.16	Resposta ao esmagamento dos modelos SS, e SSI1, SSI2 e SSI3. Comparação dos resultados	131
6.17	Redistribuição do campo das tensões	132

Notações e Abreviaturas

Notações

σ	tensões reais de Cauchy
V	elemento de volume de um corpo
S	superfície num elemento de volume
\mathbf{t}	força aplicada ao longo de uma superfície
\mathbf{f}	forças de volume, por unidade de volume
\mathbf{n}	vector unitário normal à superfície
$\partial\delta\mathbf{v}$	vector de deslocamentos virtuais
$\frac{\partial\delta\mathbf{v}}{\partial\mathbf{x}}$	gradiente de velocidades virtuais
$\delta\mathbf{D}$	taxa de deformação virtual
$\boldsymbol{\tau}^c$ e $\boldsymbol{\varepsilon}$	qualquer par conjugado de tensões e deformações
\mathbf{N}_N	funções de interpolação ou funções de forma
u_N	conjunto das variáveis nodais
$\delta\epsilon$	taxa de deformação virtual
\mathbf{u}	vector das variáveis campo de deslocamentos

Abreviaturas

EMDelementos mecânicos desmontáveis (parafusos, pinos, rebites, pernos, etc.)

PRFCplásticos reforçados por fibras de carbono

Capítulo 1

Introdução

Como as últimas décadas têm mostrado, a utilização de materiais compósitos avançados em estruturas aeronáuticas primárias e secundárias têm aumentado de forma bastante acentuada. O aumento da aplicação dos materiais compósitos em aeronáutica é motivado pelo facto destes materiais oferecerem um grande número de vantagens comparativamente aos materiais mais convencionais em engenharia, como por exemplo o aço e o alumínio. Em primeiro lugar, uma boa combinação entre a baixa densidade (o baixo peso) e a rigidez elevada, bem como uma resistência mecânica elevada devem ser sublinhados.

É reconhecido que os materiais compósitos avançados são referenciais em termos de flexibilidade e facilidade de projecto e fabrico. Utilizando técnicas avançadas, é possível produzir uma grande quantidade de estruturas compósitos idênticas com formas complexas, permitindo projectar e fabricar estruturas tipo monobloco, o que permite diminuir os custos de fabrico e de ligação entre os componentes.

Grandes elementos ou partes estruturas podem posteriormente ser ligados por meio de elementos mecânicos como por exemplo os parafusos, os rebites, os pernos, os pinos, etc. Estes elementos são denominados de elementos mecânicos desmontáveis - EMD, que como o proprio nome indica, permitem facilmente remover a ligação para situações de manutenção ou de reparação de danos estruturais. Portanto, isto elimina a necessidade de um grande número de pequenos componentes, e permite ainda diminuir o número de ligações.

Uma outra vantagem significativa é que os materiais compósitos avançados são conhecidos por apresentarem uma melhor resistência à fadiga que os materiais metálicos. Tendo em conta que estes materiais são utilizados na sua maioria em forma de laminados, a propagação de um dano inicial, mesmo que ocorra muito cedo na vida à fadiga, é impedida pela estrutura interna do laminado. No entanto, nos materiais metálicos, o dano inicial (muitas vezes sob forma de pequenas fissuras) é geralmente considerado inseguro, uma vez que tende a progredir rapidamente para uma rotura catastrófica.

Hoje em dia, exemplos de elementos estruturais em aeronáutica que utilizam os materiais compósitos incluem os estabilizadores verticais e horizontais, estruturas e revestimento das asas, superfícies de controlo, portas de acesso, material de armamento, e tanques de combustível externos [Mid90] [Å97] [Ire99]. Apesar dos materiais compósitos avançados serem muito utilizados na indústria aeronáutica, a maior parte das suas aplicações são limitadas pelo seu excessivo custo, e ainda porque as técnicas de produção destes materiais ainda estão pouco automatizadas, o que resulta num custo de produção muito maior.

A ligação entre os elementos estruturais na indústria aeronáutica é efectuada de forma reversível ou de forma irreversível. A colagem das partes estruturais em material compósito é um processo irreversível de ligação enquanto que a ligação com os elementos mecânicos desmontáveis (EMD) é um processo reversível da ligação. Apesar de existirem diferentes configurações das juntas de ligação na indústria aeronáutica, as suas configurações são determinadas em função do tipo de serviço a que vão estar sujeitas.

As juntas de ligação representam uma das maiores preocupações no projecto das estruturas em geral, e nos compósitos em particular. A justificação para esta preocupação deve-se ao facto das juntas introduzirem descontinuidades geométricas ou de material, o que leva à existência de elevados factores de concentração de tensão

locais. A concentração de tensões nas juntas ligadas mecânicamente através de elementos desmontáveis são particularmente severas, uma vez que a transferência de carga entre os elementos da junta é feita através de uma área reduzida. As ligações das juntas através da colagem por intermédio de adesivos estruturais é estruturalmente mais eficiente do que as ligações através de elementos desmontáveis. No entanto, em muitos casos as ligações por elementos desmontáveis não pode ser evitada, por causa da necessidade de desfazer as ligações para, por exemplo, a reparação de elementos danificados. Assim, um projecto deficiente destas ligações pode levar a muitos problemas estruturais, e por outro lado, um projecto mais conservativo pode levar indirectamente a um aumento do peso das estruturas.

Exemplos típicos de ligações através de EMD em estruturas aeronáuticas em material compósito são as ligações entre a pele ou revestimento das asas e as longarinas das asas, a ligação entre a fuselagem e as asas, e muitas outras pequenas ligações, figura 1.1 [Ire99].

Uma grande parte dos estudos até agora efectuados sobre ligações aparafusadas de laminados em materiais compósitos apresentaram resultados experimentais e numéricos sobre os efeitos da sequência de empilhamento, da geometria das juntas, da folga e interferência entre o furo e o elemento ligador, e o efeito da pressão de aparafusamento (ver **Capítulo 2**). Outras linhas de investigação têm sido seguidas em estudos numéricos para prever o dano nas juntas aparafusadas.

O procedimento da análise numérica normalmente adoptado para simular o comportamento das juntas ligadas por elementos mecânicos desmontáveis consiste em,

1. em primeiro lugar, determinar o estado das tensões na junta,
2. a partir do qual vai ser aplicado um critério de dano, para verificar a ocorrência de algum tipo de dano nos pontos de integração,
3. e por fim, se se verifica a ocorrência de algum dano, degrada-se as propriedades materiais, e analisam-se a resistência e a flexibilidade da junta.

Figura 1.1: Exemplos de ligações aparafusadas nas estruturas aeronáuticas em material compósito [Ire99]

Este procedimento é repetido, com o aumento da carga, até que o critério é verificado em tantos pontos de integração que levem a junta à rotura. Na figura 1.2, apresenta-se de forma esquemática um procedimento típico da análise de uma junta aparafusada. Na prática, os programas de elementos finitos normalmente param a análise antes da rotura final do laminado, devido a grandes deformações que resultam em distorções excessivas dos elementos [DGP00].

Para determinar o estado de tensão na junta, são geralmente utilizados modelos de elementos finitos. Na maior parte dos trabalhos encontrados na literatura (ver **Capítulo 2**), os elementos mecânicos de ligação foram simulados seguindo duas vias distintas

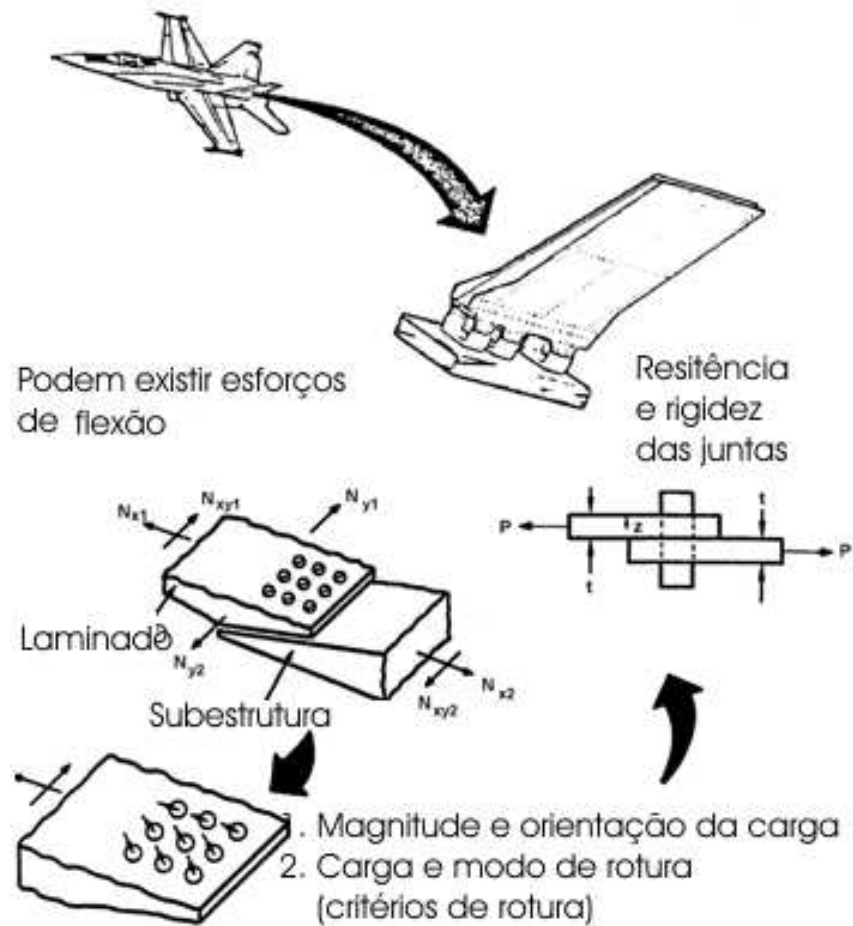


Figura 1.2: Procedimento típico da análise das juntas aparafusadas. Baseado em MIL-HDBK-17-3E [MIL97a]

[DGP00]: a primeira consiste na aplicação de condições de fronteira radiais (restrição dos deslocamentos radiais) nos nós que pertencem à superfície do furo; e a segunda via consiste na aplicação de tensões ou pressões radiais do tipo cosenosoidal na zona carregada do furo. Embora aparentemente de simples processamento, estes procedimentos nem sempre apresentam resultados com aproximação aceitável, uma vez que a interacção entre o furo e o elemento ligador é um problema real de contacto. Por conseguinte, um método mais realístico para introduzir o problema da ligação, é a modelação do pino como um corpo rígido, ou como um corpo deformável, e a definição do contacto *master-slave* entre o elemento ligador e o furo. Este foi o procedimento

adoptado para este presente trabalho. Estes procedimentos, bem como uma breve descrição do método dos elementos finitos e dos elementos utilizados, são abordados no **Capítulo 3**.

Uma vez computado o estado das tensões, a segunda etapa consiste na pesquisa do dano utilizando critérios de rotura ou de dano. Abordagens bastante diversificadas foram propostas por diferentes autores [YS78] [Has80] [TW71] [Tsa65] [AT65] [Hof67] [Cha69] para prever o dano nas juntas ligadas por elementos desmontáveis. Para este trabalho foi adoptado o critério de rotura de Hashin [Has80]. Após a detecção do dano nos pontos de integração, a última etapa consiste na degradação das propriedades elásticas de rigidez do compósito. A abordagem do problema do dano e da degradação das propriedades elásticas de rigidez estão apresentados no **Capítulo 4**. Utilizando a teoria de degradação das propriedades elásticas [Tan91] e de um modelo progressivo tridimensional de dano [CM00], foi possível determinar curvas carga *versus* deslocamento, considerando a evolução do dano ao longo do carregamento.

Este trabalho pretende estudar ou seguir o procedimento típico da análise de juntas ligadas através de elementos desmontáveis, EMD, criar modelos numéricos tridimensionais das juntas, por elementos finitos, com as geometrias de sobreposição simples e de sobreposição dupla, e analisar os parâmetros de resistência e de rigidez das juntas, considerando um modelo progressivo tridimensional de dano [CM00].

Dado a menor eficiência das juntas ligadas através dos EMD, propõe-se neste trabalho modelos de juntas utilizando diferentes tipos de insertos metálicos (alumínio), coladas à parede do furo. Espera-se verificar a melhoria da eficiência da junta com a utilização de insertos colados, uma vez que existem redistribuições de tensões devido à presença de um material isotrópico. Os modelos de elementos finitos sem inserto, com os diferentes tipos de inserto, e o comportamento não linear do adesivo utilizado são explicados no **Capítulo 5**, enquanto que os resultados são analisados e discutidos no **Capítulo 6**.

Para uma definição correcta das propriedades elásticas do laminado utilizado, foram utilizados resultados de ensaios experimentais de caracterização do laminado [TC02]

- **Capítulo 5.**

Por fim, serão apresentadas as conclusões e algumas propostas para trabalhos futuros

- **Capítulo 7.**

Capítulo 2

Ligações desmontáveis em estruturas aeronáuticas em materiais compósitos laminados

2.1 Introdução

A utilização de materiais compósitos nos componentes estruturais utilizados na indústria aeronáutica tem verificado um aumento substancial. Desde as aplicações iniciais em partes não estruturais ou partes estruturais secundárias, os materiais compósitos têm gradualmente encontrado aplicações em elementos estruturais de grande importância, particularmente em aeroplanos leves, helicópteros e aviação militar. No entanto, a sua utilização na aviação comercial tem sido relativamente limitada. Por conseguinte, esforços têm sido despendidos no desenvolvimento de futuros elementos estruturais em materiais compósitos como são os casos das fuselagens e das asas.

Estes desenvolvimentos têm sido possíveis devido aos benefícios potenciais dos materiais compósitos, essencialmente o baixo peso e o custo de operação relativamente baixo. Entretanto, o potenciamento destes benefícios implica ainda muitas pesquisas e desenvolvimentos técnicos. Para atingir estes objectivos e muitos outros, os conhecimentos básicos dos materiais compósitos precisam de ser extendidos, e projectos e ferramentas mais avançadas precisam de ser desenvolvidos.

Um dos aspectos mais críticos dos novos conhecimentos que são indispensáveis, é a

ligação entre as componentes estruturais produzidos em materiais compósitos, particularmente as ligações mecânicas entre as juntas em materiais compósitos. As juntas representam potenciais pontos fracos de uma estrutura, uma vez que o projecto de toda a estrutura depende do projecto da junta, e é significativamente limitada pelo projecto da junta. Um projecto deficiente da junta pode levar à um excessivo peso da estrutura, à problemas estruturais em serviço, e a custos de ciclos de vida extremamente elevados. Estes inconvenientes parecem ainda mais pronunciados nos elementos estruturais, se for tido em conta que, com os parâmetros óptimos das juntas, conseguem-se eficiências máximas das juntas de 40-50%(McCarthy [McC01]), e no pior das hipóteses, consideravelmente inferior. Estes valores comparam-se com os 70-80% de eficiência nas ligações entre os metais. Assim, a optimização da eficiência das juntas é crucial para se potenciar os benefícios dos materiais compósitos.

Algumas das razões para a menor eficiência das juntas em materiais compósitos são: o carácter frágil ou pouco tenaz, isto é, pouca deformação para valores das cargas aplicadas extremamente elevadas; a anisotropia, que leva a elevados factores de concentração de tensão; baixa resistência transversal, o que é susceptível ao aparecimento da delaminação; e a sensibilidade às condições ambientais. A junção de todos estes factores, associados à complexidade dos modos e mecanismos de rotura dos materiais compósitos, torna a análise e o projecto das juntas em compósito muito mais complexa que a análise das juntas dos materiais metálicos. Muitos esforços têm sido despendidos no desenvolvimento de métodos analíticos para o projecto das juntas em materiais compósitos, em conjunto com técnicas numéricas como o método dos elementos finitos. Os métodos correntemente utilizados na indústria são largamente empíricos e caros, em termos do tempo dispendido e meios consumidos. Com os recentes desenvolvimentos dos meios computacionais, conseguem-se novos e mais potentes meios que permitem o desenvolvimento de ferramentas de análise mais avançadas, que podem ser utilizadas para optimizar o projecto da junta, reduzir a quantidade de testes experimentais utilizadas no desenvolvimento das juntas, e acima de tudo, permitir um melhor conhecimento do comportamento das juntas em materiais compósitos.

2.2 Mecanismos de dano e modos de rotura em compósitos laminados

2.2.1 Definições

Nas juntas de ligação por elementos desmontáveis, dos compósitos laminados, são considerados geralmente três modos de rotura ou mecanismos de dano fundamentais [Sta01] [Cam99] [MIL97b]: a tracção, o corte e o esmagamento. Existe ainda um terceiro modo bastante considerado, que é a rotura do elemento de ligação - geralmente parafuso ou rebite. Os três primeiros mecanismos são os que se verificam com maior frequência, sendo que o último mecanismo é o menos frequente e depende do dimensionamento do elemento mecânico de ligação. Estes mecanismos representam-se na figura 2.1. Estes modos de rotura são considerados modos macroscópicos. A

Figura 2.1: Modos ou mecanismos de rotura mais frequentes nas ligações dos laminados compósitos através de elementos mecânicos desmontáveis [Sta01]: a) tracção; b) esmagamento; c) corte; d) rotura do elemento de ligação

rotura macroscópica indica que o elemento estrutural atingiu um estado em que não é possível adicionar qualquer acréscimo de carga, ou simplesmente continuar com o mesmo nível de carga. Em algumas aplicações, isto implica a rotura catastrófica do componente, enquanto que em alguns componentes, a rotura macroscópica pode significar uma perda considerável e inaceitável da rigidez. A rotura à tracção é causada pelas tensões normais, de tracção, e tangenciais ao longo das paredes do furo (figura 2.1a). Este mecanismo de dano ocorre preferencialmente quando a relação d/w é elevada, considerando que d é o diâmetro do furo e w é a largura da placa. O modo de esmagamento (figura 2.1b) é provocada por tensões compressivas que actuam na superfície do furo. Este tipo de mecanismo de dano ocorre quando a relação d/w é baixa. O mecanismo de corte (figura 2.1c) é causada por tensões de corte que actuam nos planos de corte, e segundo a direcção da aplicação da carga. Este mecanismo ocorre preferencialmente quando o parâmetro e (figura 2.1c) é muito pequeno. Este mecanismo é frequente em laminados com um elevado grau de ortotropia, onde ocorre inclusive para valores elevados de e . O mecanismo de corte é visto como um caso especial do mecanismo de esmagamento. A rotura do elemento de ligação (figura 2.1d) é o resultado de elevadas tensões de corte que actuam nas secções do elemento ligador. Este mecanismo depende das propriedades de resistência do elemento ligador, nomeadamente a sua resistência ao corte, e depende ainda das características geométricas da placa e do elemento ligador.

Alguns autores [Cam99] [MIL97b] apresentam outros mecanismos de dano, que à semelhança da rotura do elemento ligador, são pouco frequentes: o *clevage* e o *pull-through*. Estes dois modos estão representados na figura 2.2. O mecanismo *clevage* está associada um valor inadequado do parâmetro e , e a uma quantidade insuficiente de lâminas ao longo da espessura da placa. É geralmente considerado como uma variante do mecanismo de tracção [MIL97b]. O mecanismo de *pull-through* ocorre principalmente com elementos de ligação do tipo *countersunk*, ou quando a relação d/t , em que t é a espessura do laminado, é suficientemente alta para precipitar o dano.

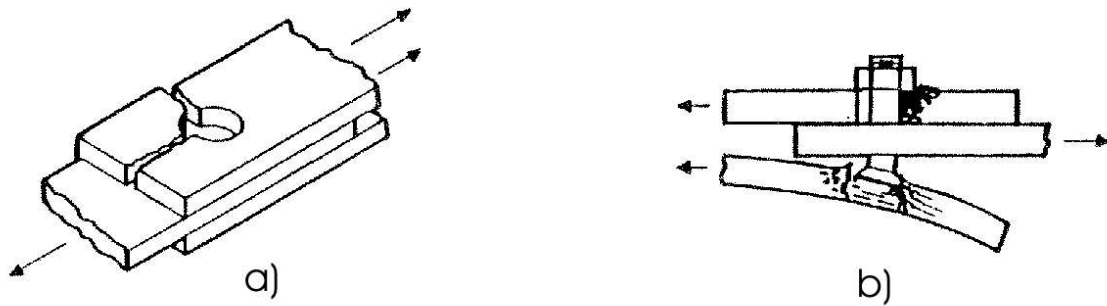


Figura 2.2: Modos de rotura [MIL97b] a) *cleavage* b) *pull-through*

Segundo muitos autores [Sta01] [MIL97b] [MIL97a] [Ire99], o mecanismo de esmagamento é o mecanismo "desejável" nos compósitos laminados, uma vez que este decorre lentamente, e por conseguinte é fácil de detectar e de prever a evolução do dano. Os outros mecanismos de dano, a tracção e o corte, ocorrem de forma rápida e catastrófica.

A configuração da junta com apenas um elemento de ligação é o mais utilizado nos trabalhos compilados, tanto em trabalhos analíticos como em trabalhos experimentais. No entanto, na prática, é mais frequentemente utilizada a configuração da junta com vários elementos de ligação. Facilmente consegue-se extrapolar os valores da resistência das juntas com uma ligação, para juntas com várias ligações [Sta01].

Interessa introduzir alguns conceitos importantes na análise da resistência das juntas [MIL97b]:

- *Área de esmagamento* - é definida como o diâmetro do furo multiplicado pela espessura do provete;
- a *carga de esmagamento* - é a carga compressiva na interface do furo;
- a *deformação por esmagamento* - é a deformação do furo, na direcção da carga aplicada;
- a *resistência ao esmagamento* - é definida como a tensão de esmagamento máxima que pode ser suportada;

- *tensão de esmagamento* - a carga aplicada por área de esmagamento;
- *carga bypass* - como a carga transferida através do furo; e
- *parâmetro e , end distance* - é definida como a distância do centro do furo até o contorno do provete, na direcção da carga aplicada;

2.2.2 Factores e influências

Compilando os diferentes trabalhos de investigação recolhidos, conclui-se que a maior parte destes estão focalizados no estudo das influências de diferentes factores de ordem geométrico na resistência mecânica da junta de ligação. O procedimento mais usual é o ensaio dos provetes até a rotura final, variando o factor em estudo, e mantendo os outros diferentes factores constantes.

Muitos autores [Har78] [Har86] [Col77] [Col82] [KM85] [HdM86] sublinham a importância dos parâmetros geométricos da junta como a largura, w , a distância e , o diâmetro do furo, d , e a espessura do laminado, t .

Kretsis and Matthews [KM85], mostraram que à medida que a largura dos provetes diminui, há um ponto onde o modo de rotura passa de esmagamento para tracção. Esta mudança leva a uma diminuição considerável da capacidade de carga da junta. Um comportamento semelhante entre a distância e - *end distance*, e o modo de corte é verificado. À medida que a distância e diminui, o modo de rotura passa de esmagamento para modo de corte, com a correspondente diminuição da resistência da junta. Collings [Col77] testou a influência dos parâmetros w/d , e/d e t/d na resistência da junta, utilizando várias configurações do laminado e dimensões do furo. As conclusões retiradas validavam os resultados obtidos por Kretsis and Matthews [KM85].

Os resultados obtidos por Hart-Smith [Har78] [Har86] permitiram verificar um aumento da eficiência estrutural da junta para uma diminuição dos valores de d/w , até um determinado valor óptimo. Como também tinha sido verificado no trabalho desenvolvido por Kretsis and Matthews [KM85], o modo de rotura passa de tracção para esmagamento.

Hodgkinson *et al* [HdM86] apresentam dados da rotura para diferentes tipos de junta de plásticos reforçados com fibras de kevlar. Tal como nos plásticos reforçados com fibras de vidro e nos PRFC, valores pequenos de e - *end distance*, levam a mecanismos de rotura por corte, enquanto que valores pequenos da largura, w , levam ao mecanismo de tracção.

Collings [Col77] demonstrou que a resistência à tracção de uma junta de ligação simples (apenas um furo) é fortemente dependente da orientação das camadas. O autor considerou que a presença das camadas $+45^\circ$ reduzem o factor de concentração de tensões. A adição das camadas $+45^\circ$ ou das camadas 0° à um laminado 90° , produzem uma mudança semelhante na variação da resistência ao esmagamento da junta.

Hart-Smith [Har78] [Har86] concluiu que a resistência ao corte e a resistência ao esmagamento são optimizados para laminados quasi-isotrópico. Como regra geral, concluiu que não deve haver mais de $3/8$ nem menos de $1/8$ fracção das fibras em qualquer uma das direcções básicas do laminado: $\pm 45^\circ$, 0° e 90° .

Hart-Smith [Har78] [Har86] estudou os efeitos do aperto dos parafusos no aumento da resistência ao esmagamento na placa central das juntas de sobreposição dupla. Este efeito leva a conclusão que a resistência da junta depende não só da pressão de aparafusamento, mas também da área sobre o qual a pressão é aplicada. A influência da pressão de aparafusamento não é tão relevante para os outros mecanismos de dano como é para o mecanismo de esmagamento.

2.3 Análise das tensões e do problema do contacto

As características materiais e geométricas dos materiais compósitos, as forças de fricção e as folgas entre o elemento ligador e o material compósito, etc., são alguns dos factores que tornam a determinação da distribuição das tensões uma tarefa mais complicada. O contacto local entre o elemento ligador e o laminado pode levar a grandes deformações e elevadas concentrações de tensão na proximidade da parede do furo, que em último caso poderão levar à rotura do laminado.

Investigações para determinar distribuições de tensões detalhadas nas juntas em material compósito ligadas por elementos mecânicos desmontáveis, podem ser genericamente classificadas em três tipos de trabalho [KK98], isto é, desenvolvimentos experimentais, métodos analíticos clássicos, e técnicas numéricas.

Poucos trabalhos experimentais têm efectuados no estudo do problema da junta com base na fotoelasticidade [HL85], técnica da interferência de Moire [TM90] e outras técnicas experimentais [WS96], e algumas vezes acompanhados de desenvolvimentos experimentais e analíticos.

A maior parte das soluções clássicas para juntas em compósito ligadas através de elementos desmontáveis baseiam-se na determinação das funções complexas de Lekhnitskii [Lek83], por forma a satisfazerem as condições de fronteira do problema. A interacção entre o elemento ligador e o laminado, que é essencialmente diferente para diferentes laminados, e por conseguinte as tensões de contacto entre o elemento ligador e o laminado, não são conhecidos *à priori*. A determinação destas tensões requerem a solução de condições de fronteira complexas, uma vez que as restrições na parede do furo são impostas tanto ao nível dos deslocamentos como ao nível das forças. Este aspecto da solução tem sido realçado na maior parte dos estudos analíticos [KK98].

Vários tipos de técnicas numéricas utilizando o método dos elementos finitos ou o método dos elementos de fronteira foram propostos na literatura para a análise do estado de tensões e da resistência dos furos carregados [KK98]. A maior parte destes métodos foram formulados com base no comportamento linear elástico e geométrico.

Muitos autores [Con86] [WRC81] [RRWC82] [CHR81] [Eri86] [NC85] [Ram89a] [Ram89b] estudaram o problema do furo carregado por um pino como um problema do estado plano de tensão utilizando modelos bidimensionais em elementos finitos onde é aplicada a teoria clássica dos laminados. Claramente, existem efeitos como por exemplo a pressão de aperto do parafuso (ou da anilha) e a sequência de empilhamento que não podem ser estudados através deste tipo de abordagem. Vários métodos foram utilizados para abordar o problema do contacto entre o pino e o furo. Alguns autores assumem um valor para o ângulo de contacto, ϕ [Con86] - ver figura 2.3. Este pro-

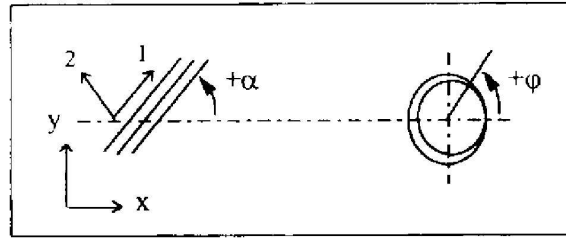


Figura 2.3: Definição da orientação das fibras e do ângulo de contacto [Cam99]

cedimento tem a vantagem da simplicidade mas não apresenta bons resultados para condições de contacto com alguma folga, uma vez que o ângulo de contacto varia não-linearmente com a carga aplicada. A zona de contacto pode ser considerada utilizando elementos que conectam os nós da parede do furo com um nó no centro do furo, utilizando elementos de ligação rígidos [MWC82]. Os nós que conectam estes elementos rígidos, que estão em tracção, assume-se que estão numa zona onde não há contacto (separação radial entre o pino e a parede do furo). O procedimento usual é a utilização do método iterativo [Con86] [WRC81] [RRWC82] [CHR81] [Eri86] ou a utilização de métodos inversos [NC85] [Ram89a] [Ram89b] [AB90] [MWC82] [CLY95] [SPPS86] [Sar91] [BGC90] [MAW89] [Iar95] [Iar96] [WH88]. Os métodos iterativos permitem a relação entre a área de contacto e a carga, com a possibilidade de considerar a fricção. Utilizando esta técnica, para cada magnitude de carga, a região de contacto é desconhecida. Para cada carga incremental, a condição dos nós da fronteira do furo são verificados, e se existir a fricção, as posições dos nós de contacto, tanto nos casos do contacto com escorregamento como nos casos do contacto sem escorregamento são determinados. Apesar do problema de contacto ser um problema não-linear, os métodos inversos requerem apenas a análise linear pelo método dos elementos finitos, o que leva a modelos mais simples que os modelos utilizados nos métodos iterativos. As equações das restrições dos deslocamentos são especificados ao longo da interface entre o furo e o pino, e as condições de fronteira em tensão são especificados para as regiões onde se verifica o contacto, tendo em conta o ângulo de contacto. É assumido um valor para o ângulo de contacto, e utilizando as condições definidas previamente, a carga correspondente é calculada. O processo é repetido para

uma série de valores prescritos de ângulos de contacto, e o par ângulo de contacto - carga correspondente é determinado. Note-se, entretanto, que este método é apenas aplicável quando existem simetrias geométricas e de carregamento.

Como foi demonstrado por resultados experimentais, a espessura do laminado e as suas características ao longo da espessura introduz efeitos substanciais na resistência da junta. Para modelar estes efeitos, são necessários modelos tridimensionais cada vez mais sofisticados.

O efeito da fricção, pressão do aparafusamento, da folga e da sequência de empilhamento foi estudado por Chen *et al.* [CLY95]. Um princípio variacional incremental foi formulado, e o método dos elementos finitos considerando o problema do contacto foi utilizado para gerar modelos tridimensionais para a análise das tensões de contacto. Os efeitos da fricção, da folga de aparafusamento e da elasticidade do parafuso estavam de acordo com os resultados experimentais obtidos por Hyer and Klang [HK85] [HKC87]. Uma tensão normal interlaminar, no plano de esmagamento, σ_{zz} , foi observado, o que pode ajudar a prever a delaminação. Este resultado ajudou a explicar a maior resistência para os laminados com camadas a 90° na superfície do laminado, como experimentalmente ficou demonstrado por Quinn and Matthews [QM87]. Assim como no trabalho de Matthews *et al.* [MWC82] o principal efeito das pressões de aparafusamento aplicadas através das anilhas é levar a menores tensões interlaminares de tracção ou a maiores tensões interlaminares de compressão na proximidade do furo.

Marshall *et al.* [MAW89] investigaram os efeitos da fricção, da pressão de aparafusamento e da rigidez do laminado na distribuição das tensões para laminados em plásticos reforçados com fibras de vidro e com fibras de carbono. Foram obtidos resultados para furos carregados através de pinos e para ligações aparafusadas, com diferentes níveis de pressão de aparafusamento. Os efeitos da fricção foram investigados no caso do furo carregado pelo pino. Concluiu-se que o aumento da fricção faz redistribuir a carga e por conseguinte a posição das fibras que suportam a carga. Os efeitos da sequência de empilhamento verificavam os resultados obtidos em Matthews

et al. [MWC82]. Um melhoramento geral do estado das tensões é verificado com a utilização de ligações aparafusadas. Os efeitos da pressão de aparafusamento verificavam os resultados obtidos em Matthews *et al.* [MWC82].

A influência do *lay-up* ou da sequência do empilhamento na distribuição das tensões para uma placa carregada através de um pino, foi estudada por Barboni *et al.* [BGC90]. Assumindo os deslocamentos como a expansão de uma série em coordenadas z , na direcção da espessura, permite um carácter tridimensional à uma análise que não adopta procedimentos clássicos da análise numérica tridimensional. Foi ainda assumido que as pressões de contacto na parede do furo carregado pelo pino é do tipo cosenosoidal. Verificaram-se diferentes distribuições das tensões σ_{zz} na parede do furo. Deve-se notar que a distribuição das pressões do tipo cosenosoidal foi considerado por muitos autores como uma aproximação bastante satisfatória para laminados quasi-isotrópicos.

Modelos numéricos tridimensionais têm a desvantagem de serem computacionalmente mais pesados quando se modela laminados utilizando elementos tridimensionais por camada, para além de ser possível encontrar problemas derivados do *aspect-ratio* dos elementos.

2.4 Parâmetros de resistência das juntas em materiais compósitos laminados

Muitos estudos foram desenvolvidos para prever ou determinar a resistência dos laminados ligados por elementos desmontáveis. A maior parte dos métodos desenvolvidos são baseados em modelos bidimensionais, e só recentemente os métodos que consideram os modelos tridimensionais foram desenvolvidos. A determinação da resistência da junta depende das definições do dano e rotura. Esta definição pode variar da carga máxima sustentada pela junta a um critério baseado na deformação do furo. De acordo com Godwin and Matthews [GM82] a maior parte dos autores estão de acordo na definição baseada nos critérios de deformação do furo, mas os valores que

devem ser utilizados variam significativamente. Outras definições, como por exemplo o primeiro pico, ou valor máximo, ou a primeira não linearidade na curva carga-deslocamento, e a carga para o qual se verifica o início da fissuração foram sugeridos por Johnson and Matthews [JM79].

2.4.1 Teorias de dano ou rotura

Métodos baseados tanto na distribuição das tensões à volta do furo, como nas teorias de dano [WC71] [Tan81] [NC88] [CN86] foram praticamente os primeiros métodos utilizados. Nestes métodos, o pico da tensão local era utilizado na teoria de rotura para prever a resistência do laminado.

Waszczak and Cruse [WC71] adoptaram o critério da tensão máxima, da deformação máxima e da energia distorcional. Foi assumido um contacto sem fricção e com a distribuição das tensões de contacto do tipo coseno. Quando o critério de dano é satisfeito para uma lâmina, é assumido que a lâmina atingiu a rotura e é retirado da análise. A distribuição das tensões e o critério de dano são depois recalculados, e o procedimento repete-se até a rotura final do laminado. Utilizando este procedimento conservativo, os resultados foram obtidos, mas não foi possível prever os mecanismos ou modos de dano.

Para estudar o dano localizado que ocorre antes da rotura, introduzido o conceito dos métodos dos dois parâmetros [WN74]. Estes métodos são baseados no critério de rotura de Whitney-Nuismer [WN74] para furos não carregados e os parâmetros considerados são a resistência à tracção e uma dimensão característica. Dois métodos foram propostos, a tensão pontual e o método da média das tensões. No primeiro método assumiu-se que a rotura ocorre quando as tensões normais na direcção da carga e à uma distância a_{0t} , a partir do furo, medido no plano de tracção, são iguais ou maiores que a resistência do material sem dano. O segundo método considerou que a rotura ocorre quando a média das tensões a partir de uma distância a_{0t} iguala a resistência do material em dano. Estas distâncias foram consideradas uma propriedade do material. Estes critérios foram formulados para casos de tracção uniaxiais, onde as

tensões combinam-se no processo da rotura. Nos casos em que não pode ser assumido, estes critérios devem ser redefinidos.

Em investigações posteriores, Nuismer and Labor [NL79a] [NL79b] aplicaram o método da média das tensões para prever a resistência de furos não carregados sujeitos à solicitação de tracção [NL79a] e para o caso dos furos (carregados e não carregados) sujeitos à compressão [NL79b]. A distância característica foi agora considerada como dependente da qualidade do laminado e o tipo da carga. Laminados de superior qualidade têm menor valor de a_{0t} . A determinação da resistência para o caso da tracção mostrou resultados próximos dos resultados experimentais. O valor da distância característica para as cargas de compressão foi determinado que era maior do que no caso da tracção. Boa aproximação entre os resultados experimentais e a previsão da resistência à compressão foi encontrado apenas para laminados que não tinham os furos carregados.

Muitos métodos foram propostos baseando na combinação do conceito de distância característica de Whitney-Nuismer [WN74] e uma teoria de rotura. Chang *et al.* [CSS82] utilizaram um modelo bidimensional de elementos finitos, assumindo um contacto sem fricção, um pino rígido e uma distribuição de carga do tipo coseno, entre o pino e o furo. O critério de rotura de Yamada-Sun [YS78] foi então aplicado em conjunto com uma curva característica proposta. O critério de rotura de Yamada-Sun [YS78] é baseado em pressupostos de que antes de se atingir a rotura final do laminado, muitas camadas danificam-se devido à existência de fendas nas camadas, e que a resistência ao corte de um laminado simétrico ao longo da espessura, com o mesmo número de camadas que o laminado em consideração, representa uma resistência ao corte substancialmente maior da lâmina quando pertence à um laminado. Este critério tem a forma indicada na expressão da equação 2.4.1,

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_c}\right)^2 = e_f^2 \quad (2.4.1)$$

em que σ_{11} e σ_{12} são respectivamente as tensões longitudinal e de corte na lâmina, X é a resistência longitudinal da camada e S_c é a resistência ao corte da camada para

um laminado com uma determinada espessura. Quando e_f for igual ou maior do que 1, numa camada, assume-se que ocorre a rotura do laminado. Assume-se que a curva característica depende apenas do material e é definido pela equação 2.4.2,

$$r_c(\theta) = d/2 + d_{0t} + (d_{0c} + d_{0t})\cos\theta \quad (2.4.2)$$

em que d_{0c} e d_{0t} são respectivamente são as dimensões características em compressão e em tracção. Estes parâmetros foram obtidos experimentalmente medindo as resistências à tracção e à compressão de laminados não danificados. Na figura 2.4 encontra-se representada a forma da curva característica. A localização onde na

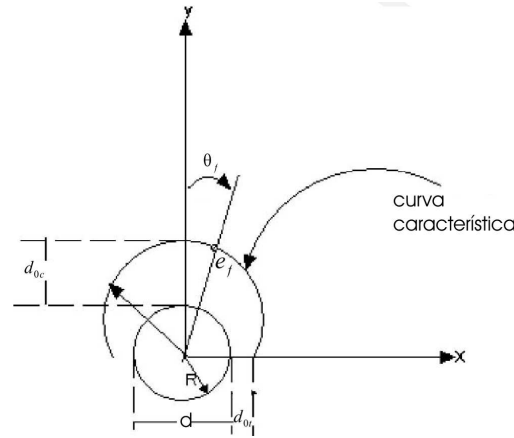


Figura 2.4: Curva característica [CSS82]

curva característica $e_f = 1$, θ_f , permite definir o modo de rotura ou de dano. Para $-15^\circ \leq \theta_f \leq +15^\circ$ o mecanismo de dano que ocorre é o mecanismo de esmagamento, para $+30^\circ \leq \theta_f \leq +60^\circ$ o ocorre o mecanismo de corte e para $75^\circ \leq \theta_f \leq 90^\circ$ ocorre o mecanismo de tracção. Estes resultados foram comparados com os resultados experimentais obtidos por Agarwal [Aga80] e na maior parte dos casos os resultados estão de acordo com os dados com um erro médio na ordem dos 10%. Como era esperado, os melhores resultados foram obtidos para laminados quasi-isotrópicos, onde a distribuição do tipo coseno para as pressões de contacto é mais aceitável.

2.4.2 Métodos progressivos de dano

Os modelos de dano progressivo foram desenvolvidos para relacionar os danos que ocorrem antes da rotura do laminado, de uma forma mais directa do que a técnicas previamente discutidas. Estes modelos tentam simular a iniciação e o crescimento do dano, utilizando modelos de degradação das propriedades elásticas que normalmente são função do tipo de dano ocorrido. Foram desenvolvidos modelos para furos não carregados [CC87b] [CL91] [CLC91] [Tan91] [GPW95] e para furos carregados [CC87a] [CL92] [LS95] [CL95] [Has80].

Chang and Chang [CC87b] desenvolveram um modelo de dano progressivo para laminados entalhados sujeitos à cargas de tracção, que foi posteriormente alterado para permitir a prevenção de roturas à tracção e ao corte nos furos carregados [CC87a]. Em contraste com trabalhos anteriores [CSS82] [CSS84], os autores consideraram que um modelo bidimensional não é o mais adequado para a rotura ao esmagamento, uma vez que os mecanismos de dano neste modo de rotura são tridimensionais e envolvem a encurvadura das fibras, esmagamento fibra-matriz e a expansão volumétrica. Foram considerados quatro mecanismos de dano, nomeadamente a fissuração da matriz, rotura ao corte entre a matriz e as fibras, rotura das fibras e a rotura da matriz à compressão. A fissuração da matriz foi prevista utilizando o critério de Yamada-Sun [YS78], considerando a expressão da equação ??, o que resulta na equação 2.4.3,

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y}\right)^2 + \frac{\frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3\alpha_1\alpha_{12}^4}{4}}{\frac{S_c^2}{2G_{12}} + \frac{3\alpha_1 S_c^4}{4}} = e_f^2 \quad (2.4.3)$$

em que Y é a resistência transversal à tracção da lâmina. Quando em qualquer ponto de qualquer das lâminas do laminado e_f for igual ou maior do que 1, assume-se que há ocorrência da fissuração da matriz naquela posição e naquela camada. Deve-se notar que em trabalhos anteriores [CSS82], estes autores assumiram que há rotura final do laminado quando o critério é satisfeito em qualquer camada, enquanto que neste trabalho, apenas assume-se que a zona do laminado que sofreu o dano é que se considera que rompeu. Tanto a rotura por corte fibra-matriz e a rotura das fibras foram previstas utilizando o critério de Yamada-Sun [YS78], e está indicado na

equação 2.4.4,

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X}\right)^2 + \frac{\frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3\alpha_1\alpha_{12}^4}{4}}{\frac{S_c^2}{2G_{12}} + \frac{3\alpha_1S_c^4}{4}} = e_f^2 \quad (2.4.4)$$

em que X é a resistência longitudinal da camada. A rotura à compressão foi prevista utilizando o critério de Hashin [HR73], e apresenta-se na equação 4.3.8.

$$\left[\left(\frac{Y_c}{2S_c}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_{22}}{Y_c} + \left(\frac{\sigma_{22}}{2S_c}\right)^2 + \frac{\frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{2\alpha_1\alpha_{12}^4}{4}}{\frac{S_c^2}{2G_{12}} + \frac{3\alpha_1S_c^4}{4}} = e_f^2 \quad (2.4.5)$$

Uma vez ocorrida a rotura, verifica-se uma degradação das propriedades do material na proximidade da zona danificada. A perda das propriedades é dependente do mecanismo de dano. Quando há ocorrência da fissuração da matriz ou a rotura da matriz devida à compressão, assumiu-se que o módulo transversal E_{22} e o coeficiente de Poisson ν_{21} reduzem-se a zero. No caso do corte fibra-matriz e da rotura das fibras, tanto E_{22} e ν_{21} são reduzidos a zero, mas o módulo longitudinal, E_{11} e o módulo de corte G_{12} da zona danificada degeneram-se de acordo com a distribuição de Weibull, como se apresenta nas equações 2.4.6 e 2.4.7.

$$\frac{E_{11}^d}{E_{11}} = \exp \left[- \left(\frac{A}{\delta^2} \right)^{\beta_1} \right] \quad (2.4.6)$$

$$\frac{G_{12}^d}{G_{12}} = \exp \left[- \left(\frac{A}{\delta^2} \right)^{\beta_1} \right] \quad (2.4.7)$$

Estas expressões são baseadas em abordagens micro-mecânicas para a rotura de um feixe de fibras [TH80] assumindo que a distribuição da redução das propriedades tem a mesma forma que a distribuição da redução da resistência das fibras. E_{11}^d e E_{12}^d são os módulos reduzidos, δ é a zona de interacção da rotura das fibras [TH80], A é a zona danificada prevista pelo critério de rotura e β_1 é a forma da distribuição de Weibull para a degradação das propriedades. Para PRFC, δ é calculada por forma a ser 0.00127 mm e β_1 é assumido [TH80] como 7.6. Uma vez que o dano propaga-se ao longo do laminado, é considerado que há ocorrência da rotura final do laminado. Para um grande número de configurações e geometrias do laminado, as resistências à rotura calculadas verificam os resultados experimentais (com um erro menor que 20% para a maior parte dos casos), e os modos de rotura foram previstos com uma

boa aproximação através da análise da propagação do dano ao longo do laminado. Um pormenor importante deste modelo é a possibilidade de ver a propagação do dano no laminado para diferentes empilhamentos - *lay up*. Utilizando este modelo, a limitação do critério de Yamada-Sun que foi anteriormente descrito é anulado. Para utilizar esta abordagem com outros materiais, vários parâmetros que não são facilmente determináveis (β_1 , δ) devem ser conhecidos.

Em contraste com a abordagem feita por Chang [CC87b], Tan [Tan91] assumiu que a degradação da rigidez de uma lâmina não depende da forma como o dano é provocado. Para um laminado com um furo não carregado e sujeito à cargas de tracção, a rotura das fibras foram previstas através de um critério quadrático proposto que utiliza a resistência longitudinal, à tracção e à compressão, da lâmina e as tensões normais da lâmina na direcção das fibras. A fissuração da matriz foi prevista através do critério de Tsai-Wu [TW71]. A degradação da rigidez foi representada por factores assumidos como propriedades materiais que representam o estado de dano da lâmina. E_{11} , E_{22} e G_{12} foram reduzidos através do produto do seu valor inicial com os respectivos factores. A rotura final do laminado ocorre quando as fibras ao longo da largura total de uma camada rompem-se, ou quando ocorre uma rotura substancial da matriz em todo o laminado. Para laminados PRFC com vários *lay-ups* diferentes, os resultados previstos estiveram de acordo com os resultados experimentais. A progressão do dano também estava basicamente de acordo com os resultados obtidos através da examinação por raios-X. Deve-se notar que os resultados foram muito sensíveis aos valores dos factores de degradação assumidos, e a consideração da rotura substancial da matriz não é suficientemente específica para prever a rotura do laminado.

Uma simulação mais realista das juntas aparafusadas foi proposto por Lessard and Shokrieh [LS95] estudando placas com furos carregados através de pinos. Para esta análise, os autores desenvolveram um modelo bidimensional, que considerou a não linearidade material. Apenas foi calculado a rotura no plano, e os modos de rotura fora do plano, como por exemplo a delaminação, não foram considerados, assim como nos trabalhos que tinham sido desenvolvidos anteriormente [CC87b] [Tan91].

2.5 Desenvolvimentos mais recentes na simulação das juntas sobrepostas

A partir da análise dos trabalhos mais antigos sobre o comportamento das juntas ligadas por elementos desmontáveis, concluiu-se que existem alguns pontos que não se encontram resolvidos.

Os modelos utilizados para determinar a distribuição das tensões à volta de um furo carregado por intermédio de um pino deviam ter em consideração os efeitos da fricção, das interferências e folgas, e a área de contacto deveria ser calculada em vez de assumida. Apesar de terem existido várias investigações que estudaram os efeitos da fricção na distribuição das tensões num furo carregado pelo pino, existem estudos insuficientes sobre os efeitos da fricção na resistência da junta. Não foram encontrados na literatura investigações que estudassem os efeitos da interferência entre o pino e o furo, na resistência da junta. Apesar da utilização de elementos mecânicos de ligação nas juntas de laminados *cross-ply* e *angle-ply* não serem recomendados, na análise destes laminados, o comportamento não linear na relação entre as tensões de corte e as deformações de corte deveria ser considerado.

Não existe um método definitivo para prever a resistência da junta. Apesar de alguns dos métodos descritos conseguirem bons resultados para algumas configurações dos laminados e para alguns modos de rotura, a extrapolação para outras situações nem sempre é possível. Os métodos baseados nas tensões ao longo da parede e teorias de dano subestimam a resistência da junta. A exactidão dos métodos de dois parâmetros é dependente da determinação de valores experimentais para cada material e para cada *lay-up*. Estes métodos têm em consideração que há uma relaxação da concentração das tensões antes da rotura final, mas só são capazes de prever a resistência máxima.

Os métodos de dano progressivo têm a vantagem de serem capazes de determinar os mecanismos de dano, a direcção da propagação do dano, o modo de rotura e tanto a resistência máxima e a resistência residual. No entanto, a maior parte dos modelos

desenvolvidos são baseados em modelos bidimensionais, o que significa que apenas mecanismo de rotura bidimensionais que contribuem para a relaxação da concentração das tensões antes da rotura, foram considerados. Uma das principais causas que levam à esta relaxação é precisamente a delaminação e este tipo de dano só pode ser modelado com exactidão utilizando modelos tridimensionais. Estes modelos ainda utilizam critérios de rotura bidimensionais na parede do furo onde existem estados triaxiais de tensão. É de acordo geral que o modo de esmagamento é provocado por efeitos tridimensionais, o que significa que os modelos tridimensionais são mais adequados para prever este modo de rotura. Os resultados experimentais sublinham a importância da sequência de empilhamento e da pressão das anilhas provocado pelo aparafusamento na resistência da junta. Os efeitos deveriam ser tidos em consideração utilizando modelos tridimensionais. Considerando estes factos, conclui-se que os modelos tridimensionais são mais adequados para prever a resistência de juntas ligadas por elementos desmontáveis. Algumas investigações determinam a distribuição das tensões num furo carregado por pinos, utilizando modelos tridimensionais. No entanto, investigações relativas à resistência das juntas ligadas mecânicamente utilizando modelos tridimensionais são mais recentes na literatura.

Não há um acordo geral sobre os modos de rotura que devem ser utilizados nos métodos de dano progressivo. Alguns autores consideraram que a degradação das propriedades é uma função do tipo de rotura, enquanto outros consideram que os dois parâmetros são independentes. No que diz respeito aos modelos de degradação das propriedades, algumas abordagens consideraram que as propriedades elásticas são reduzidas a zero na zona danificada, enquanto outros modelos assumem uma gradual redução das propriedades elásticas nestas zonas. A aplicação da abordagem da degradação das propriedades elásticas para modelos tridimensionais requerem um critério tridimensional e regras da degradação das propriedades tridimensionais do material.

Assim, novos estudos e investigações, analíticos e experimentais, são necessários. Os modelos de dano progressivo têm uma importância significativa, uma vez que poderão

existir uma grande quantidades de danos antes da rotura final. Investigações mais recentes já demostram algumas evoluções [TPK01] [Ire98] [CM99] [SCQ02a] [SCQ02b] [SLP96] [SL96].

Outras linhas de investigação, de importância bastante significativa são o estudo do comportamento da junta à fadiga [PE99] [Sta01] [LM90] [RT86] [Ram81] [SGA81] [Cre81] [Kam81] [PEH97] [GH88] [HS93] e à temperatura [KBMA01] [LKC02].

A utilização de insertos metálicos colados, como uma técnica para aumentar a eficiência das ligações aparafusadas em compósitos laminados [Cam99] [CM00] é uma linha bastante significativa de investigação.

2.5.1 Análise tridimensional das juntas

O campo de tensões na vizinhança do furo carregado através do parafuso numa junta em material compósito é tridimensional, uma vez que existem tensões interlaminares entre as camadas. Por outro lado, considerando configurações da junta do tipo sobreposição simples, ou *single lap*, há que considerar a existência de esforços de flexão ao longo da espessura, bem como a flexão do parafuso que produz uma distribuição das tensões de contacto não uniformes na parede do furo [Ire98].

Desprezando o carácter tridimensional do problema, a maior parte dos estudos descritos anteriormente foram baseados em modelos bidimensionais. A maior justificação para isto, é a complexidade do problema, que requer um complexo trabalho de modelação e meios computacionais avançados e potentes. Relativamente poucos estudos utilizaram modelos tridimensionais nas análises das juntas aparafusadas [MWC82] [MAW89] [CL95] [CLY95] [BGC90] [Iar95] [Iar96] [Ire98] [SLP96] [SL96]. A maior parte dos estudos tridimensionais das juntas aparafusadas observados na literatura com os parafusos carregados em corte foram tão dispendiosos em termos de tempo que foram limitados a apenas uma configuração da junta ou a não existirem comparações dos resultados obtidos com resultados experimentais.

O procedimento típico das juntas da modelação tridimensional está esquematizada na figura 2.5. Em primeiro lugar, a distribuição da carga na junta é determinada.

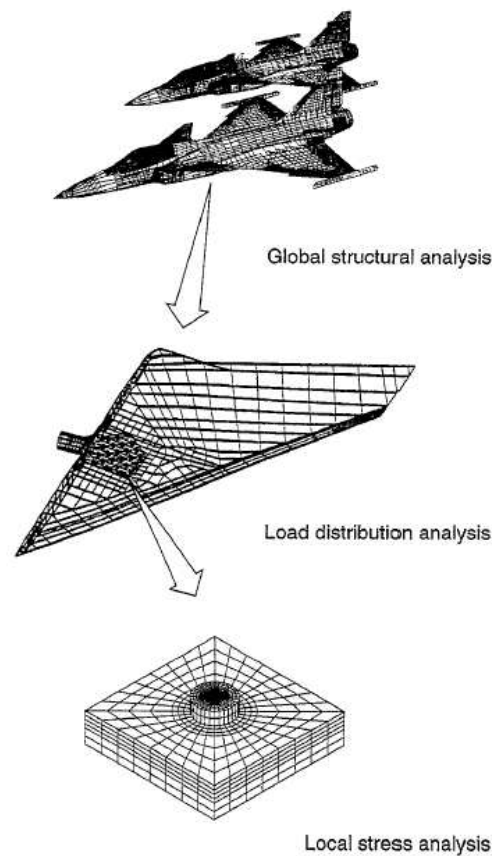


Figura 2.5: Procedimento típico da análise tridimensional[Ire98]

Seguidamente, é determinado a distribuição das tensões locais á volta do elemento ligador e do furo. Finalmente, a resistência é prevista utilizando critérios apropriados de rotura.

Em trabalhos mais recentes de Shokrieh *et al.* [SLP96] [SL96] foram verificados avanços no desenvolvimento de modelos de dano progressivo tridimensionais, nomeadamente com a utilização da análise tridimensional não linear. O carregamento do pino foi simulado utilizando restrições do deslocamento radial. A porca de aperto foi simulada aplicando uma pressão uniforme sobre a área da anilha, e a fricção entre a anilha e a placa foi simulada utilizando restrições radiais e tangenciais do deslocamento nos nós da superfície da placa sob a anilha. Os comportamentos no plano e as relações tensão de corte - deformação, interlaminares, foram considerados não linear.

Camanho and Matthews [CM00], apresentaram alguns resultados sobre um modelo de dano progressivo aplicado a juntas de dupla sobreposição. O critério de Hashin [Has80] foi utilizado para a análise do dano, e a teoria de degradação das propriedades

do material de Tan [Tan91] foi utilizada para a degradação das propriedades materiais. Os resultados previstos foram validados através dos resultados experimentais. No entanto, apesar do modelo estudado ser tridimensional, não foi considerado a delaminação.

Sun *et al.* [SCQ02a] [SCQ02b] propuseram um modelo tridimensional para analisar a resposta de juntas em compósito aparafusadas, com e sem pressões de aparafusamento, desde o início da aplicação da carga até a rotura final. Os efeitos da pressão de aparafusamento, da rigidez do parafuso e do diâmetro da anilha na resposta e rotura das juntas consistiram a maior parte do trabalho. O modelo consistiu na análise progressiva do dano, da degradação das propriedades baseando nos critérios de dano, e a análise das tensões pelo método dos elementos finitos. Testes experimentais [SCQ02b] foram efectuados para validar o modelo criado e estudado anteriormente [SCQ02a]. Verificou-se que a força de aparafusamento varia com a carga aplicada, e pode aumentar significativamente devido à repentina expansão ao longo da espessura do laminado sob a anilha, quando ocorre o modo de esmagamento. Os resultados experimentais mostraram que a resistência da junta e a resposta podem ser significativamente afectadas pela pressão de aparafusamento e que o modo de esmagamento é um fenómeno tridimensional.

Tserpes *et al.* [TPK01], num trabalho mais recente, desenvolveram um modelo tridimensional de dano progressivo para simular a acumulação do dano e prever a resistência residual e o modo da rotura final das juntas em material compósito aparafusadas sujeitas a cargas de tracção no plano. Foi feito um estudo paramétrico que incluiu a análise das tensões, a análise dos modos e mecanismos de dano, e a degradação das propriedades do material. A análise do dano e a degradação das propriedades do material foram implementadas utilizando critérios de dano adequados, e foram considerados os seguintes modos de rotura: a fissuração da matriz à compressão e à tracção, a danificação das fibras à tracção e à compressão, o corte fibra-matriz, e a delaminação em tracção e em compressão. Para validar o modelo de elementos finitos, uma comparação da distribuição das tensões com resultados analíticos encontrados

na literatura foi efectuada com bons resultados.

2.5.2 Utilização de insertos metálicos

A utilização de elementos mecânicos desmontáveis para a ligação dos materiais compósitos é largamente utilizado na indústria aeronáutica. Muitos parâmetros afectam a performance destas juntas. O tipo da fibra e da matriz, a sequência de empilhamento, o *lay-up*, a geometria da junta, a flexibilidade do parafuso e a tolerância parafuso-furo influenciam a resistência da junta, como já foi descrito anteriormente. No entanto, nem a melhor combinação de todos estes factores, e devido às elevadas concentrações de tensão criadas pela existência do furo no laminado, as eficiências da junta são baixas comparadas com outras técnicas de ligação como por exemplo a colagem. Este efeito foi estudado por Hart-Smith [Har86]. Hart-Smith [Har86] observou que a máxima eficiência das juntas aparafusadas é de aproximadamente 40%. Um valor tão baixo deve-se também ao elevado peso do conjunto proporcionado elementos mecânicos de ligação, como o parafuso. Assim, foi necessário desenvolver novas técnicas e conceitos para melhorar a eficiência das juntas ligadas por elementos desmontáveis.

A utilização dos insertos metálicos entre o parafuso e o laminado foi proposto por muitos autores [HC94] [Nil89] [MG97] [Ruf95] [CM00]. Os insertos são geralmente colados à superfície do furo, embora também se possa considerar a ligações furo-inserto com interferência.

A utilização de insertos metálicos colados não só redistribui as tensões que actuam sobre o furo, como também pode ser utilizado para proteger os furos de danos que são causados por repetidas instalações do parafuso e permite reparar os furos danificados nas juntas aparafusadas [CM00]. Portanto, é esperado que para uma junta que rompe por esmagamento, a utilização de insertos metálicos pode levar a um aumento da resistência da junta.

Investigações anteriores [HC94] [Nil89] [MG97] [Ruf95] mostraram que a utilização de insertos metálicos colados é uma técnica promissora para o melhoramento da performance da junta aparafusada em materiais compósitos. No entanto, existem na

literatura, poucos trabalhos analíticos e numéricos que permitam uma melhor compreensão dos novos mecanismos da transferência de carga quando se utiliza os insertos metálicos.

Mais recentemente, Camanho and Matthews [CM00] efectuaram a análise das tensões e dos mecanismos de dano baseado nm modelo tridimensional de elementos finitos incluindo a análise do problema e contacto entre o parafuso e o inserto, modelos de previsão do dano no laminado, e um comportamento elasto-plástico do adesivo (cola) foi considerado. O modelo proposto foi utilizado para simular uma junta aparafusada com sobreposição dupla, *double lap*, em PRFC, com a colagem do inserto metálico utilizando um adesivo epoxy. Concluiu-se que o inserto metálico colado redistribui as tensões radiais à volta da parede do furo, e consequentemente reduz as elevadas concentração de tensões que se verificavam no plano de esmagamento. No entanto, as previsões numéricas mostraram que o adesivo utilizado rompia antes do laminado, pelo que este efeito deve eliminar o potencial benefício da utilização dos insertos metálicos.

Os efeitos do material do inserto e da espessura do inserto na resistência da junta foram determinados. A análise paramétrica destes parâmetros mostrou que os insertos mais rígidos e mais espessos permitem uma maior redução do factor de concentração de tensões nos planos de esmagamento e de tracção. No entanto, este efeito é acompanhado por tensões mais elevadas que ocorrem no adesivo para o plano de tracção. Tendo em consideração as características das resinas epoxy, com uma resistência à tracção inferior à resistência à compressão, este efeito pode levar à plastificação e à rotura prematura do adesivo. Estes resultados e a previsão da rotura do adesivo bem como a sua localização está de acordo com os resultados experimentais [Cam99].

No entanto, para a configuração do laminado que foi investigado, a utilização de insertos menos espessos e menos rígido foi recomendado. Claramente, não podia ser utilizado insertos mais espessos, o que levaria à alteração do modo de rotura de esmagamento para tracção, ou, aumentando a largura do laminado, o implicaria a diminuição da eficiência da junta. Por outro lado, os insertos mais espessos levam ao

aumento do peso total da estrutura.

2.5.3 Resistência à fadiga das juntas

Nas estruturas em material compósito aparafusadas, a concentração das tensões que se desenvolvem à volta do furo carregado pelo elemento de ligação reduz consideravelmente a eficiência do material. O projecto das juntas ligadas por elementos mecânicos para as aplicações da indústria aeronáutica requerem métodos que possam prever tanto a rotura estática como a rotura dinâmica. A maior parte dos estudos as juntas ligadas mecânicamente relacionam-se com a rotura estática. Existem relativamente poucos estudos dinâmicos sobre estas juntas.

No passado, a vida à fadiga dos compósitos laminados aparafusados para as aplicações na indústria aeronáutica eram estimadas aplicando factores de abaixamento aos dados da resistência estática. Este procedimento envolve um grande grau incerteza.

Muitos factores afectam a resistência e a vida à fadiga dos laminados compósitos aparafusados. Estes factores incluem a configuração do elemento ligador e o tipo, o binário e a pressão de aparafusamento, a tolerância entre o furo e o parafuso, o tipo das fibras, as condições ambientais e os danos da maquinação do furo [PE99].

A vida à fadiga de uma junta aparafusada de sobreposição simples em compósitos do tipo SMC foram investigados por Little and Mallick [LM90]. Os resultados mostraram que o diâmetro e a espessura da anilha têm uma grande influência na vida à fadiga das juntas aparafusadas dos compósitos SMC. A pressão proporcionada pela anilha reduz as tensões interlaminares. Ramkumar and Tosavainen [RT86] mostraram que quando o alongamento dos furos ultrapassa um certo valor (normalmente 2% do diâmetro), o crescimento do alongamento é acelerado dramaticamente. Observações similares foram verificados por Schütz *et al.* [SGA81]. Crews [Cre81] mostrou que os valores mais elevados da pressão do aparafusamento através da anilha leva a maiores resistências estáticas e minimiza o alongamento dos furos durante a vida à fadiga. Na investigação levada a cabo por Kam [Kam81], mostrou-se que a interferência entre o parafuso e o furo faz aumentar a vida à fadiga, quando comparada com um contacto

parafuso-furo com folga.

A resistência estática de laminados compósitos aparafusados contendo parafusos com a cabeça pultrudida é maior do que as mesmas juntas ligadas com parafusos de cabeça embutida. Ramkumar [Ram81] mostrou que provetes com parafusos da cabeça pultrudidas tem 9% mais resistência do que os provetes que utilizam parafusos com cabeça embutida.

Ramkumar [Ram81] também mostrou que a humidade nos laminados reduz a resistência estática da junta assim como as tensões residuais após a aplicação de cargas de fadiga. Durante o carregamento à fadiga, dois provetes foram sujeitos a dois tempos de vida de tracção - ou compressão. As conclusões foram que o amolecimento da matriz devido à humidade reduz a resistência.

Uma investigação levada a cabo por Persson *et al.* [PEH97] para determinar os efeitos de dos danos ocorridos na produção ou maquinação dos furos na resistência, estática e à fadiga, dos laminados carbono/epoxy sujeitos à cargas de compressão e à cargas por intermédio do pino. Os resultados dessa investigação mostraram que a inexistência de pequenos danos à volta do furo resultavam numa melhoria significativamente elevada da resistência quando comparada com os laminados que contenham danos, como a delaminação e a fissuração da matriz, provocadas pelo processo de obtenção do furo. Persson and Erikson [PE99] investigaram os diferentes factores que podem influenciar a vida à fadiga de juntas em material compósito com múltiplas ligações aparafusadas - *multi-row*. Os resultados apresentados neste estudo poderão ser utilizados para uma guia para projectos de juntas em material compósito com múltiplas ligações aparafusadas. Estes mostraram que, dos factores investigados, os mais significativos foram a razão entre o diâmetro do furo e a largura do provete (que deve ser alta para aumentar a resistência), o tipo de parafuso, em que foi verificado que os parafusos de cabeça pultrudida apresentavam uma melhor resistência à fadiga, a razão entre o diâmetro do furo e a espessura do laminado, que deve ser alta, e a elevada pressão de aparafusamento. Verificaram ainda, os factores como a qualidade do furo, as propriedades materiais e as condições ambientais têm importância menores.

Gerharz and Huth [GH88] também apresentaram um trabalho experimental sobre a resistência estática e à fadiga das juntas em material compósito aparafusadas testadas em condições ambientais críticas. Observaram que as condições críticas de temperatura e humidade elevadas reduzem significativamente a resistência das juntas à fadiga. A instalação de casquilhos ou insertos nos furos, o reforço local dos furos por intermédio da adição de camadas à secção do furo, e um adequado projecto da junta são factores que favorecem a resistência à fadiga [GH88].

Herrington and Sabbaghian [HS93] testaram, à fadiga, provetes de juntas em material compósito aparafusadas para estudar a influência do nível da carga aplicada, a orientação das fibras das camadas do reforço do furo, e da pressão de aparafusamento na resistência à fadiga da junta. Como foi concluído, os efeitos da orientação das camadas exteriores é menor. Verificou-se ainda, que à medida que se aumenta a pressão de aparafusamento, há uma melhoria da resistência à fadiga.

Starikov [Sta01] testou juntas aparafusadas em material compósito, sujeitas a cargas cíclicas para a obtenção da resistência da junta à fadiga. Placas (provetes) em fibra de carbono/epoxy foram ligadas por intermédio de três tipos de elementos de ligação: parafuso em material compósito, parafusos em titânio com dois níveis de pressões de aparafusamento. Verificou-se que os parafusos em titânio apresentavam uma maior resistência à fadiga, enquanto que o parafuso em material compósito apresentava uma durabilidade menor. A análise da fadiga realizada por Starikov [Sta01] mostrou que o modo de rotura dominante na junta é a rotura do parafuso, ainda que para as juntas com maiores cargas as juntas sofreram quase sempre dois modos de rotura. Este estudo baseou-se em juntas com múltiplas ligações aparafusadas, e os resultados obtidos mostraram uma dependência linear entre a resistência da junta à fadiga e o número de parafusos. Este facto torna possível prever a resistência da junta à fadiga para diferentes configurações (para diferentes *lay-ups* com a mesma espessura do laminado), desde que se mantenha o modo de rotura [Sta01]. Foi observado ainda, que a acumulação dos danos de fadiga nas linhas dos parafusos (*multi-row*) afectam a transferência de carga.

2.5.4 Tensões térmicas residuais das juntas

As juntas aparafusadas são utilizadas para a transferência de carga entre vários componentes em material compósito na indústria aeronáutica. O estado de tensão numa ligação aparafusada é dependente em primeiro lugar das dimensões geométricas, das condições de carregamento, do grau de anisotropia dos materiais, da folga ou interferência entre o parafuso e o furo, da flexibilidade do parafuso, e da fricção entre os laminados e entre o parafuso e o laminado. Os veículos aeronáuticos e espaciais viajam a velocidades supersónicas e hipersónicas, que os leva a experimentar temperaturas elevadas. A influência das expansões térmicas podem ser significantes e podem variar significativamente em função dos materiais utilizados para o parafuso e para o laminado. Como resultado, podem-se desenvolver tensões térmicas elevadas à medida que a temperatura aumenta o que pode alterar a distribuição da carga transmitida pelo parafuso. Portanto, a exactidão do cálculo das tensões em laminados aparafusados sujeito à cargas térmicas e mecânicas é essencial para a correcta previsão da resistência do laminado e a rotura do laminado.

Uma considerável quantidade de investigações sobre o comportamento de juntas em material compósito com um simples parafuso foram descritas anteriormente. Estes estudos investigaram a distribuição das tensões à volta de um furo carregado por um pino, baseados tanto em abordagens numéricas como analíticas e experimentais. No entanto a consideração de tensões térmicas e tensões residuais térmicas exigem estudos mais complexos.

As tensões térmicas residuais aparecem nos compósitos laminados devido tanto às contracções químicas da resina durante o processo de cura e arrefecimento, bem como às diferenças de coeficiente de dilatação entre as diferentes camadas do laminado, e entre o laminado e o parafuso. Os laminados, como por exemplo os PRFC e PRFV, sofrem pouca ou nenhuma mudança de volume durante o processo de cura, e o coeficiente de expansão térmica das fibras é muito pequeno quando comparado com o coeficiente de expansão térmica resina. Como consequência, o componente curado contém tensões residuais significantes que são dependentes do processo de cura assim

como das propriedades do material. Um elemento de volume da resina pode portanto estar sujeito à um estado triaxial de deformação, aproximadamente igual ao coeficiente de expansão térmica multiplicada pela diferença entre a temperatura de cura e a temperatura ambiente, antes de qualquer carga mecânica ser aplicada [LKC02]. Estas deformações residuais podem ser no entanto modificadas pelas configurações geométricas da estrutura. Uma evidência destas modificações é o retorno que se verifica nos componentes que são removidos dos moldes.

Investigações recentes têm sido efectuadas no sentido de estudar os efeitos das tensões residuais na previsão do dano e da rotura em estruturas complexas em material compósito. O processo consiste na determinação das deformações residuais que ocorrem no componente curado e seguidamente a determinação da soma destas deformações com as deformações devido às cargas mecânicas.

Este procedimento foi utilizado com sucesso para prever a rotura dos laminados sujeitos ao «pull-through» da cabeça do parafuso [BK99] [BKJ99].

Li *et al.* [LKC02] investigou técnicas para melhorar a previsão do dano e da rotura dos materiais compósitos considerando as tensões residuais térmicas. Este procedimento utilizava o critério da deformação máxima para a rotura da fibras. Para a rotura da resina ou matriz, uma nova abordagem, que inclui a determinação das tensões residuais devido ao processo de fabrico, foi proposto. Esta abordagem tinha bastantes semelhanças com o novo critério proposto por Hart-Smith and Gosse [HG02]. Considerando o efeito significativo da temperatura na mudança de volume, foi necessário incluir o efeito das tensões residuais térmicas na matriz ou resina, entre cada lâmina, utilizando o primeiro invariante das deformações. Denotando as deformações mecânicas do *subscript* σ o campo das deformações está apresentado nas equações 2.5.1, 2.5.2 e 2.5.3.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x\sigma} - \alpha(\Delta T) \quad (2.5.1)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{y\sigma} - \alpha(\Delta T) \quad (2.5.2)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{z\sigma} - \alpha(\Delta T) \quad (2.5.3)$$

Os incrementos de deformação são positivos, uma vez que o incremento das temperaturas é negativo. Hart-Smith and Gosse [HG02] sugeriram que o critério é verificado quando o seu primeiro invariante, J_1 , atinge um valor crítico. O valor crítico de J_1 é obtido a partir de um certo número de diferentes testes. Na equação 2.5.4 apresenta-se a expressão do primeiro invariante das deformações.

$$J_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (2.5.4)$$

Naturalmente estes estudos necessitam de maiores desenvolvimentos, mas a nova abordagem os critérios de rotura considerando as tensões residuais térmicas merece maiores investigações.

Capítulo 3

Simulação numérica pelo método dos elementos finitos

Validação da malha de elementos finitos

Para a melhor compreensão dos procedimentos relativos ao método dos elementos finitos, alguns aspectos teóricos são aqui abordados de forma resumida. A determinação do campo das tensões e das deformações, por intermédio da resolução das equações de equilíbrio, resultantes da aplicação do princípio dos trabalhos virtuais, o algoritmo de contacto entre as superfícies, e o funcionamento dos elementos utilizados, são alguns destes aspectos.

3.1 Equações básicas do Método dos Elementos Finitos

No método dos elementos finitos, os problemas são geralmente descritos através de equações diferenciais, para as quais apenas existem soluções teóricas para alguns casos simples. Estas equações diferenciais podem ser obtidas através da aplicação do princípio dos trabalhos virtuais.

3.1.1 Teorema dos trabalhos virtuais

A maior parte dos problemas em que se aplicam o cálculo estrutural e a simulação numérica, envolvem a determinação de um valor aproximado para os deslocamentos, para as deformações, para as tensões, e possivelmente outras variáveis como por exemplo o campo de temperaturas, ou a história da evolução das diferentes solicitações aplicadas. A solução exacta destes problemas implica a verificação do equilíbrio das forças e do equilíbrio dos momentos em qualquer instante da aplicação da solicitação e para qualquer volume do corpo. O método dos elementos finitos é baseado na aproximação destas condições de equilíbrio por uma outra condição mais "fraca", em que o equilíbrio deve ser verificado para um número finito de elementos de volume. A seguir, desenvolve-se a condição exacta de equilíbrio através do princípio dos trabalhos virtuais, para posteriormente reduzir a mesma condição para uma forma aproximada utilizada em modelos de elementos finitos.

Se V significar o volume ocupado por uma parte do corpo, e S a superfície da fronteira deste elemento de volume, admitindo uma força \mathbf{t} , de tracção, por unidade de área S , e outra força de volume \mathbf{f} , por unidade de volume, aplicada em qualquer ponto do volume do corpo, o equilíbrio das forças para este volume é,

$$\int_S \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{f} dV = 0 \quad (3.1.1)$$

As tensões de Cauchy, ou tensões reais, $\boldsymbol{\sigma}$, em qualquer ponto da superfície S é definido por,

$$\mathbf{t} = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (3.1.2)$$

em que \mathbf{n} é o vector unitário normal à superfície S no ponto. Introduzindo esta definição, a equação 3.1.1 pode ser reescrita,

$$\int_S \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} dS + \int_V \mathbf{f} dV = 0. \quad (3.1.3)$$

O teorema de Gauss permite reescrever um integral de superfície num integral de volume através de,

$$\int_S \mathbf{n} \cdot () dS = \int_V \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) \cdot () dV \quad (3.1.4)$$

em que $()$ é uma função contínua - escalar, vectorial ou tensorial. Aplicando o teorema de Gauss para o integral de superfície da equação de equilíbrio, tem-se

$$\int_S \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} dS = \int_V \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) \cdot \boldsymbol{\sigma} dV \quad (3.1.5)$$

Tendo em conta que o volume é arbitrário, esta equação deve ser aplicado em qualquer ponto, pelo que é possível chegar às equações diferenciais de equilíbrio,

$$\int_V \left[\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} \right] dV = 0 \quad (3.1.6)$$

Há três equações diferenciais de equilíbrio das forças. O equilíbrio dos momentos é geralmente escrito considerando o momento relativo à origem,

$$\int_S (\mathbf{x} \times \mathbf{t}) dS + \int_V (\mathbf{x} \times \mathbf{f}) dV = 0 \quad (3.1.7)$$

A base para o desenvolvimento do método dos elementos finitos baseado na interpolação dos deslocamentos é a introdução de algumas aproximações para partes da solução das equações de equilíbrio. Para desenvolver estas aproximações, começa-se por transformar as três equações de equilíbrio representadas em 3.1.6 por uma formulação equivalente, chamada "formulação fraca", que consiste numa equação escalar simples para todo o volume, que é obtida pela multiplicação das equações de equilíbrio por um vector "teste" arbitrário. Este vector arbitrário pode ser considerado como um campo de velocidades "virtuais", $\delta \mathbf{v}$, que pode ser completamente arbitrário, com a excepção de ter de ser compatível com todas as restrições cinemáticas, e deve ter continuidade suficiente. Esta formulação "fraca", resultante da multiplicação deste vector virtual com o campo do equilíbrio das forças representa o princípio dos trabalhos "virtuais".

Multiplicando (produto escalar) o vector virtual $\delta \mathbf{v}$ com a equação definida em 3.1.6, o resultado é uma equação escalar simples para cada ponto material, que depois é integrada em todo o volume do corpo,

$$\int_V \left[\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} \right] \cdot \delta \mathbf{v} dV = 0 \quad (3.1.8)$$

Integrando esta equação, e com o auxílio da regra da cadeia e do teorema de Gauss, chega-se à equação que materializa o princípio dos trabalhos virtuais,

$$\int_S \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{v} dS + \int_V \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{v} dV = \int \boldsymbol{\sigma} : \left(\frac{\partial \delta \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \right) dV. \quad (3.1.9)$$

ou da forma mais clássica,

$$\int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \mathbf{D} dV = \int_S \delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} dS + \int_V \delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{f} dV \quad (3.1.10)$$

em que,

$$\delta \mathbf{D} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} + \left[\frac{\partial \delta \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \right) \quad (3.1.11)$$

O vector $\partial \delta \mathbf{v}$ representa os deslocamentos virtuais, $\frac{\partial \delta \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}}$ representa o gradiente de velocidades virtual, e $\delta \mathbf{D}$ representa a taxa de deformação virtual.

O princípio dos trabalhos virtuais tem uma interpretação física muito simples: o trabalho das forças externas sujeitas á um qualquer campo de velocidades virtual é igual ao trabalho das forças internas (tensões) sujeitas à deformações com o mesmo campo de velocidades. O principio dos trabalhos virtuais é uma formulação "fraca" das equações de equilíbrio e é utilizada na formulação básica do método dos elementos finitos.

O principio dos trabalhos virtuais escrito em 3.1.10 pode ser reescrito através de,

$$\int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \mathbf{D} dV = \int_S \mathbf{t}^T \cdot \delta \mathbf{v} dS + \int_V \mathbf{f}^T \cdot \delta \mathbf{v} dV \quad (3.1.12)$$

O trabalho das forças internas, dado pelo termo no lado esquerdo da equação 3.1.12, pode ser substituído por um integral sobre um volume referencial definido por qualquer par conjugado de tensões e de deformações,

$$\int_{V^0} \boldsymbol{\tau}^c : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV^0 = \int_S \mathbf{t}^T \cdot \delta \mathbf{v} dS + \int_V \mathbf{f}^T \cdot \delta \mathbf{v} dV \quad (3.1.13)$$

onde $\boldsymbol{\tau}^c$ e $\boldsymbol{\varepsilon}$ são um qualquer par conjugado de tensores de tensão e de deformação. A escolha de cada tensor de deformação depende de cada tipo de elemento e de cada tipo de problema em causa.

A função interpolação em elementos finitos é geralmente escrito por,

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}_\mathbf{N} u^N \quad (3.1.14)$$

onde $\mathbf{N}_\mathbf{N}$ são as funções de interpolação ou funções de forma, que dependem do sistema de coordenadas, u^N são as variáveis nodais.

O campo virtual $\delta \mathbf{v}$, deve ser compatível com todas as condições cinemáticas. Interpolando este campo com a função de interpolação dada por 3.1.14, tem-se que,

$$\delta \mathbf{v} = \mathbf{N}_\mathbf{N} \delta v^N \quad (3.1.15)$$

As condições de equilíbrio variacional, e contínua, apresentada pela equação 3.1.13 é então aproximada por uma variação finita, δv .

Considerando que $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ é a taxa de deformação virtual, associada ao campo definido por $\delta \mathbf{v}$, e tendo em conta que é uma taxa de variação, então deve ser linear em δv . Então, a equação de interpolação pode ser reescrita por,

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\beta}_\mathbf{N} \delta v^N \quad (3.1.16)$$

em que $\boldsymbol{\beta}_\mathbf{N}$ é a matriz que depende, em geral, das coordenadas \mathbf{x} , do ponto material a ser considerado. A matriz $\boldsymbol{\beta}_\mathbf{N}$ que define a variação da deformação é derivado directamente a partir das funções de interpolação.

Geralmente essa matriz é definida por $\boldsymbol{\beta}_\mathbf{N} = \boldsymbol{\beta}_\mathbf{N}(\mathbf{x}, \mathbf{N}_\mathbf{N})$, e com esta notação, a equação de equilíbrio pode ser escrita por,

$$\delta v N \int_{V^0} \boldsymbol{\beta}_\mathbf{N} : \boldsymbol{\tau}^c dV^0 = \delta v^N \left[\int_S \mathbf{N}_\mathbf{N}^T \cdot \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}_\mathbf{N}^T \cdot \mathbf{f} dV \right] \quad (3.1.17)$$

e considerando que $\delta v N$ são variáveis independentes, pode-se escolher cada uma destas variáveis por forma a ser não nula e todas as outras nulas, para obter um sistema de equações de equilíbrio,

$$\int_{V^0} \boldsymbol{\beta}_\mathbf{N} : \boldsymbol{\tau}^c dV^0 = \int_S \mathbf{N}_\mathbf{N}^T \cdot \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}_\mathbf{N}^T \cdot \mathbf{f} dV \quad (3.1.18)$$

Este sistema de equações é a equação básica da rigidez para os elementos finitos

(assumindo a interpolação dos deslocamentos), e pode ser escrito na forma

$$F^N(u^M) = 0 \quad (3.1.19)$$

como foi discutido acima.

3.1.2 Métodos numéricos não lineares

A maior parte dos modelos de Elementos Finitos são não lineares, como são os casos materiais elasto-plásticos ou ainda o caso dos problemas que envolvem o contacto entre superfícies, problemas esses que poderão envolver uma grande quantidade de variáveis. Em função destas variáveis, a equação de equilíbrio obtido pela discretização dos trabalhos virtuais pode ser apresentado simbolicamente em 3.1.19, em que F^N é a componente das forças que está conjugada com N^a variável no problema, e u^M é o valor da N^a variável. O problema consiste basicamente em resolver o sistema de equações 3.1.19 em ordem às variáveis u^M para se obter os valores pretendidos.

A maior parte dos problemas são dependentes da *história* ao longo de todo o carregamento. Por conseguinte torna-se recomendável a divisão da carga aplicada em pequenos incrementos.

O Método de Newton é geralmente utilizado como a técnica numérica para a resolução do sistema não linear de equilíbrio. Esta escolha deve-se à boa velocidade de convergência que é conseguida com este método comparada com outros métodos numéricos (normalmente métodos de Newton Modificados). A formulação básica do Método de Newton é apresentado a seguir. Assume-se que, após uma iteração i , uma aproximação u_i^M é obtida. Considera-se que c_{i+1}^M é a diferença entre esta solução e a solução exacta do sistema de equações dado por 3.1.19. Isto significa que,

$$F^N(u_i^M + c_{i+1}^M) = 0 \quad (3.1.20)$$

A parcela esquerda desta equação pode ser escrito como uma série de Taylor que aproxima a solução u_i^M , através de,

$$F^N(u_i^M) + \frac{\partial(F^N)}{\partial(u^P)} \cdot (u_i^M) \cdot c_{i+1}^P + \frac{\partial^2(F^N)}{\partial(u^P) \cdot \partial(u^Q)} \cdot (u_i^M) c_{i+1}^P c_{i+1}^Q + \dots = 0 \quad (3.1.21)$$

Se u_i^M é uma boa aproximação da solução exacta, a magnitude de cada c_{i+1}^M será pequeno, de tal forma que os termos de grau superior podem ser desprezados, por forma a que a equação 3.1.21 pode ser transformada num sistema de equações linear,

$$K_i^{NP} c_{i+1}^M = -F_i^N \quad (3.1.22)$$

em que,

$$K_i^{NP} = \frac{\partial(F^N)}{\partial(u^P)}(u_i^M) \quad (3.1.23)$$

é a Matriz Jacobiana, e

$$F_i^N = F^N(u_i^M) \quad (3.1.24)$$

A próxima aproximação da solução será,

$$u_{i+1}^M = u_i^M + c_{i+1}^M \quad (3.1.25)$$

A convergência pelo Método de Newton é melhor assegurando se para cada iteração i , o valor de F_i^N e de c_{i+1}^N forem ambos realmente pequenos. Os valores mais adequados são calculados internamente, pelo ABAQUS [aba00c, aba00b, aba00a].

3.2 Aplicação do método dos elementos finitos aos compósitos laminados

A natureza dos laminados compósitos acresce dificuldades extras na formulação do método dos elementos finitos numa estrutura. Problemas como a definição da orientação das fibras em cada camada, a variação do volume percentual das fibras, a sequência de empilhamento das camadas, as tensões ao longo da espessura do laminado, a variação da orientação em problemas não linear geométricos, requer novos desenvolvimentos, como por exemplo a utilização de novos tipos de elementos.

Vários tipos de elementos podem ser usados para modelar o comportamento de laminados compósitos. Os mais adequados para modelar o comportamento de juntas laminadas sobrepostas são os elementos de placa ou casca, e elementos tridimensionais.

Alguns dos elementos de placa são baseados na Teoria Clássica dos Laminados para placas. Essa teoria utiliza os pressupostos de Kirchhoff, isto é, a normal ao plano neutro da placa continua a ser normal ao plano neutro, o que significa que as deformações transversais de corte são nulas. Claramente, estas hipóteses não correspondem a um modelo realístico nas situações onde as tensões ao longo da espessura são extremamente importantes. Estes elementos são então inadequados se o laminado tende a ceder devido às tensões de cortes transversais ou à delaminação. Outra dificuldade adicional associado com este tipo de elementos é a definição das funções de interpolação de forma a satisfazerem as condições de Kirchhoff, como por exemplo, o facto da continuidade requerida ser difícil de se conseguir.

As teorias de deformação considerando os efeitos de corte têm por objectivo melhorar a formulação para elementos de cascas e placas. O deslocamento é expandido em séries da coordenada da espessura e de funções desconhecidas. A grau máximo da série define o grau da teoria. As teorias de primeira ordem ou de primeiro grau consideram um valor constante da deformação de corte transversa ao longo da espessura, o que implica a utilização de um factor de correcção para as deformações de corte nas superfícies livres (superior e inferior) do laminado.

Os elementos tridimensionais utilizam alguns dos pressupostos dos elementos de cascas e de placas. Os modelos de laminados compósitos podem ser criados utilizando elementos tridimensionais considerando a existência de camadas ou *layers* ao longo da espessura do elemento, ou empilhando elementos sólidos tridimensionais.

Os elementos sólidos tridimensionais laminados, *brick laminated*, são formulados utilizando um elemento tridimensional regular, na qual a matriz de rigidez tem em conta as diferentes orientações do material, as diferentes espessuras e o tipo de material para cada camada. No entanto, estes elementos têm a limitação do cálculo de tensões interlaminares, uma vez que tendem a sobrevalorizar os termos da matriz de rigidez, ao menos que mais de um elemento seja utilizado ao longo da espessura.

O empilhamento dos elementos tridimensionais ao longo da espessura é modelado

de tal forma que cada camada corresponda à uma camada de elementos, com propriedades ortotrópicas. Dado ao elevado número de elementos que poderão estar em causa, estes modelos são muito pesados em termos do cálculo computacional. Esta limitação pode ser minimizado utilizando estes modelos como uma parte local de um modelo global. Devem ser tomados cuidados com o *aspect ratio* ou as dimensões relativas dos elementos.

3.3 Modelação do algoritmo de contacto

O software comercial ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a] permite modelar duas situações distintas de contacto: a primeira quando o contacto entre dois corpos se dá com deslocamentos relativos infinitamente pequenos, *small sliding*, e a segunda quando os deslocamentos relativos entre os dois corpos já tem valores consideráveis, *finite sliding*. Em ambos os casos qualquer rotação arbitrária entre os dois corpos é permitido. Em termos computacionais, o primeiro caso, *small sliding* tem custos menores.

O contacto *small sliding* é utilizado para modelar as interacções entre dois corpos deformáveis, ou entre um corpo deformável e um corpo rígido, ou ainda entre dois corpos rígidos. Na criação do modelo de contacto, estes corpos que interagem são denominados de *master* e *slave*. Os dois corpos, *master* e *slave*, devem ser definidos considerando as imposições cinemáticas que impossibilitam que haja penetração do corpo *slave* no corpo *master*.

O contacto *small sliding*, para modelos tridimensionais, é implementado através de dois tipos de elementos de contacto, que são definidos internamente no ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a], não acessíveis aos utilizadores, que são formulados de acordo com as condições cinemáticas de contacto e com as superfícies ou corpos em contacto.

Todos estes elementos de contacto, internos e inacessíveis ao utilizador, são formulados considerando que um determinado nó pertencente à uma superfície *slave* interage

sempre com o mesmo grupo de nós inicial da superfície *master*. Este grupo de nós é inicialmente determinado pelo ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a] a partir do modelo não carregado(inicial) e não deformado. Este conjunto de nós mais próximos de um determinado nó da superfície *master* é utilizado para parametrizar o plano de contacto com o qual o nó *slave* vai interagir durante toda a análise. Este conceito será ilustrado a seguir para o caso do contacto entre uma superfície *slave* bi-dimensional com uma superfície *master* também bi-dimensional. Esta formulação poderá ser facilmente generalizada para casos tridimensionais, ou de segunda ordem.

Considere-se a interacção de três nós - 102, 103, e 104 - pertencentes à uma superfície *slave*, com uma superfície *master* definido pelos nós 1, 2 e 3, como se esquematiza na figura 3.1

Figura 3.1: Interacção entre os nós *slave* e os nós *master* nos casos bidimensionais

Antes de começar a procurar o conjunto ou sub-conjunto de nós da superfície *master* que irão interagir com cada nó na superfície *slave*, determina-se o vector normal unitário todos os nós ba superfície *master*. Por exemplo, para o vector normal \mathbf{N}_2 é calculado considerando a média dos vectores unitários normais dos segmentos 1-2 e 2-3. Estas normais são calculados internamente pelo ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a], mas também podem ser especificados pelo utilizador. Outros vectores normais unitários são especificados para cada segmento à uma distância εL de cada uma

das extremidades do segmento, onde ε é uma factor fraccionário, e L é o comprimento do segmento. Geralmente o valor de ε é 0.5, e o utilizador não poderá modificar este valor. Os vectores normais unitários que são computados serão depois utilizados para definir uma expressão para calcular o vector normal $\mathbf{N}(\mathbf{X})$ para qualquer ponto, \mathbf{X} , da superfície *master*. Um ponto arbitrário, \mathbf{X}_0 , da superfície *master* é calculado para cada nó da superfície *slave* de tal forma que o vector formado pelo nó *slave* e o ponto \mathbf{X}_0 coincide com o vector normal $\mathbf{N}(\mathbf{X}_0)$. Supondo que a procura do ponto arbitrário na superfície *master*, \mathbf{X}_0 , que interage com o nó *slave* 103, verifica-se que \mathbf{X}_0 pertence ao segmento 1-2. Assim, verifica-se que

$$\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}(u_0) = (1 - u_0)\mathbf{X}_1 + u_0\mathbf{X}_2 \quad (3.3.1)$$

em que \mathbf{X}_1 e \mathbf{X}_2 são as coordenadas dos nós 1 e 2, respectivamente, e u_0 é calculado considerando que $\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_{103}$ coincide com $\mathbf{N}(\mathbf{X}_0)$. Por conseguinte, a direcção tangente ao plano de contacto, \mathbf{v}_0 é escolhido de tal forma que ela seja perpendicular à $\mathbf{N}(\mathbf{X}_0)$, isto é,

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{N}(\mathbf{X}_0) \times \mathbf{e}_z = \mathbf{T} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}(u_0)}{\partial u} = \mathbf{T} \cdot (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1) \quad (3.3.2)$$

onde \mathbf{T} é uma matriz de rotação constante.

As condições ou restrições de contacto para um contacto do tipo *small sliding* são impostas considerando que o nó 103 interage com o plano tangente, \mathbf{v}_0 , definido pela normal $\mathbf{N}(\mathbf{X}_0)$ e pelo ponto cujas coordenadas em cada instante são dadas por,

$$\mathbf{x}_0 = N_1(u_0)\mathbf{x}_1 + N_2(u_0)\mathbf{x}_2 \quad (3.3.3)$$

onde $N_1(u_0) = 1 - u_0$ e $N_2(u_0) = u_0$, e a direcção tangente em cada instante é dada por,

$$\mathbf{v} = \mathbf{T} \cdot (N_1^u(u_0)\mathbf{x}_1 + N_2^u(u_0)\mathbf{x}_2) \quad (3.3.4)$$

onde $N_1^u(u_0) = -1$ e $N_2^u(u_0) = 1$. Considerando que as expressões descritas acima para o ponto \mathbf{x}_0 e para o vector \mathbf{v} resultam da combinação dos pontos \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 , isto é,

$$\begin{aligned} N_1(u_0) + N_2(u_0) &= 1 \\ N_1^u(u_0) + N_2^u(u_0) &= 0 \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

o plano de contacto será definido correctamente utilizando transformações como translação, mudanças de escala ou rotações.

A seguir, supõe-se que a procura do ponto da superfície *master* que interage com o nó 104 da superfície *slave* revela-se coincidente com o nó 2 da superfície *master*. Neste caso, o ponto é \mathbf{X}_2 , ou em termos das coordenadas dos três nós *master*,

$$\mathbf{X}_0 = N_1(u_0)\mathbf{X}_1 + N_2(u_0)\mathbf{X}_2 + N_3(u_0)\mathbf{X}_3 \quad (3.3.6)$$

onde $N_1(u_0) = 0$, $N_2(u_0) = 1$ e $N_3(u_0) = 0$. A direcção tangente de contacto no ponto \mathbf{X}_2 é simplesmente dada por,

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{X}_2 \times \mathbf{e}_z \quad (3.3.7)$$

É importante exprimir \mathbf{v}_0 em termos das coordenadas dos três nós 1, 2 e 3, para ser possível conhecer a evolução do plano tangente. Assim, é necessário conhecer N_i^u a partir da equação,

$$N_1^u(u_0)\mathbf{X}_1 + N_2^u(u_0)\mathbf{X}_2 + N_3^u(u_0)\mathbf{X}_3 = \mathbf{v}_0 \quad (3.3.8)$$

sujeito à restrição dada por,

$$N_1^u(u_0) + N_2^u(u_0) + N_3^u(u_0) = 0 \quad (3.3.9)$$

Esta condição impõe que a expressão que resulta para a direcção tangente do plano de contacto deve verificar condições transformações como rotação e translação.

Para cada nó *slave* que contacta com a superfície *master*, mede-se um parâmetro h -*overclosure*- correspondente á penetração do nó na superfície *master*, e ainda mede-se o deslizamento ou deslocamento relativo entre as superfícies dada por s_i . Estas grandezas cinemáticas são depois utilizadas em conjunto com técnicas apropriadas de Multiplicadores de Lagrange, para formular as teorias de contacto e de fricção.

Em casos bidimensionais, o valor de h ao longo do vector normal unitário, \mathbf{n} , de contacto entre um ponto *slave*, \mathbf{x}_{N+1} e um segmento *master*, $\mathbf{p}(\xi)$, em que ξ parametriza o segmento, é determinado calculando o vector $(\mathbf{p} - \mathbf{x}_{N+1})$ do nó *slave* para o segmento que é perpendicular ao vector tangente \mathbf{v} no ponto \mathbf{p} . Matematicamente, esta

condição expressa-se por,

$$h\mathbf{n} = \mathbf{p}(\xi) - \mathbf{x}_{N+1} \quad (3.3.10)$$

em que,

$$\mathbf{v} \cdot (\mathbf{p}(\xi) - \mathbf{x}_{N+1}) = 0 \quad (3.3.11)$$

De forma similar, em casos tridimensionais, o valor de h ao longo de um vector normal unitário, \mathbf{n} , de contacto entre um ponto *slave*, \mathbf{x}_{N+1} , e um plano master $\mathbf{p}(\xi_1, \xi_2)$, em que ξ_i parametriza o plano, é determinado calculando o vector $(\mathbf{p} - \mathbf{x}_{N+1})$ do nó *slave* para o plano que é perpendicular aos vectores tangentes \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 no ponto \mathbf{p} . Matematicamente, essa condição é expressa por,

$$h\mathbf{n} = \mathbf{p}(\xi_1, \xi_2) - \mathbf{x}_{N+1} \quad (3.3.12)$$

em que,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{p}(\xi_1, \xi_2) - \mathbf{x}_{N+1}) &= 0 \\ \mathbf{v}_2 \cdot (\mathbf{p}(\xi_1, \xi_2) - \mathbf{x}_{N+1}) &= 0 \end{aligned} \quad (3.3.13)$$

Se para um determinado nó *slave* $h < 0$, significa que não há contacto entre as superfícies para aquele nó, e por conseguinte não serão necessários efectuar cálculos de interacção entre as superfícies para aquele nó específico. Se $h > 0$, as superfícies estão em contacto. As restrições de contacto $h = 0$ implicam a introdução de um multiplicador de Lagrange, \tilde{p} , cujo valor é proveniente das pressões de contacto no ponto. Para impor as condições de contacto é necessário a primeira variação δh ; e para aplicar o Método de Newton, é necessário a segunda variação, $d\delta h$. Da mesma forma, se existem forças de fricção entre as superfícies de contacto, a primeira variação dos deslizamentos relativos é δs_i , e a segunda variação é $d\delta s_i$, são necessários na formulação.

No tipo da formulação utilizada em ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a], e implementada no presente estudo, a pressão de contacto é mediatamente calculada como multiplicador de Lagrange, o que é um resultado típico da formulação dos problemas

de contacto que utilizam os métodos variacionais [Bat96] [Cri97].

O fluxograma do problema de contacto é apresentado na figura 3.2

Figura 3.2: Fluxograma que representa o modelo do contacto utilizada através do ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a]

3.4 Geração dos modelos de elementos finitos

A geração dos modelos em estudo pressupõe, em primeiro lugar, a escolha do tipo de elementos mais adequados, as dimensões relativas - *aspect ratio* e o número de elementos que vão ser utilizados nos modelos que se propõe estudar. Seguidamente modela-se da forma mais conveniente as condições de contacto, as características materiais ou propriedades materiais a serem associadas aos elementos, e finalmente as condições de carregamento e as restrições da fronteira.

3.4.1 Elemento sólido C3D8 e C3D20

A biblioteca do ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a] têm uma grande capacidade de modelação geométrica dos modelos, por intermédio de elementos sólidos. Pode ainda ser utilizada qualquer combinação de elementos existentes para para se conseguir uma modelação mais completa e eficaz. As propriedades sólidas são definidos como comportamento ao longo das secções do elemento, em que as propriedades do elemento ao longo da espessura mantêm-se constantes, ou podem ser integrados ao longo da espessura para cada secção do elemento, de forma que a resposta não linear possa ser determinável. Pode ainda ser especificado que as propriedades ao longo da espessura encontram-se estruturados em forma de camadas, ou *layers*, permitindo assim a modelação eficaz das laminas de um laminado. Estes elementos são conhecidos por elementos sólidos compósitos, ou *solid composite elements*. Estes elementos podem então ser caracterizados por diferentes camadas de materiais diferentes e com espessuras diferentes.

Os elementos sólidos contínuos tridimensionais são criados através de coordenadas cartesianas globais. Em quase todos os elementos sólidos contínuos do ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a], as quantidades vectoriais primárias, como são por exemplo os casos dos deslocamentos e das rotações, estão definidos em termos de valores nodais com funções de interpolação escalares,

$$\mathbf{u}(g, h) = N^N(g, h)\mathbf{u}^N \quad (3.4.1)$$

em que as funções de interpolação $N^N(g, h)$ são escritas em termos das coordenadas paramétricas g e h . Na maior parte dos elementos é utilizado a mesma interpolação paramétrica para o vector das coordenadas \mathbf{x} :

$$\mathbf{x}(g, h) = N^N(g, h)\mathbf{x}^N \quad (3.4.2)$$

Estes elementos *isoparamétricos* representam com exactidão todos os movimentos de corpo rígido bem como os modos de deformação, o que é uma condição necessária para a convergência para a solução exacta, como o refinamento da malha.

Todos os elementos em ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a] são integrados numericamente, e esta integração pode ser completa ou reduzida. O processo de integração numérica é definido por:

$$\int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \mathbf{D} dV \rightarrow \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\sigma}_i : \delta \mathbf{D}_i V_i \quad (3.4.3)$$

em que n é o número de pontos de integração no elemento e V_i é o volume associado ao ponto de integração i .

Para a integração completa, o número dos pontos de integração é suficiente para a integração exacta da expressão dos trabalhos virtuais, pelo menos para o comportamento linear do material. Na integração reduzida, o número de pontos de integração é suficiente para integrar com exactidão as contribuições do campo de deformações que são de uma ordem inferior à ordem de interpolação. A vantagem dos elementos de integração reduzida é que os valores das tensões e das deformações são calculados nos pontos que melhor aproximam o resultado real. Uma outra vantagem é que permite uma diminuição considerável dos pontos de integração, diminuindo o tempo de computação numérica. A principal desvantagem é que o procedimento da integração reduzida pode admitir modos de deformação que não causam nenhum deslocamento aos pontos de integração - problema conhecido por *hourglassing*.

Os elementos de Serendipity estão incluídos na família dos elementos isoparamétricos de segunda ordem, como são por exemplo os casos dos elementos tridimensionais, *brick* de 8 nós, os elementos *brick* de 20 nós, e o elementos de Lagrange, *brick* de 27 nós. O termo Serendipity refere-se à interpolação, que é baseada nos nós de canto e nos nós centrais apenas. Na interpolação completa de Lagrange, são utilizados polinómios unidimensionais de Lagrange para obter as funções de interpolação bidimensionais e tridimensionais.

Todos os elementos isoparamétricos permitem tanto a integração reduzida como a integração completa. A integração numérica de Gauss é quase sempre utilizada com elementos isoparamétricos de segunda ordem pela sua eficiência, e os pontos de Gauss

correspondentes à integração reduzida são os pontos de Barlow [Bar76], pontos para os quais as deformações têm melhor aproximação.

No presente trabalho, os elementos *brick* tridimensionais vão ser utilizadas para a análise de laminados compósitos. Várias camadas de materiais diferentes, com orientações diferentes, podem ser especificados em cada elemento sólido. As camadas podem ser empilhadas em qualquer uma das direcções das coordenadas isoparamétricas. Estes elementos utilizam as mesmas funções de interpolação utilizadas para elementos homogéneos, mas a integração tem em consideração as variações das propriedades do material ao longo da direcção do empilhamento. A outra via de modelar os compósitos laminados seria a consideração de que uma camada do laminado corresponde à uma camada de elementos, por forma a que cada lâmina seja simulada por um elemento ao longo da espessura. Este processo tem um custo computacional muito maior.

Figura 3.3: Elemento isoparamétrico C3D20

A interpolação isoparamétrica é definida em termos das coordenadas isoparamétricas g , h e r apresentados na figura 3.3. Estas são as coordenadas materiais, e os seus valores estão compreendidos entre -1 e +1 para cada elemento. Assim, para um elemento *brick* de primeira ordem, o C3D8, com 8 nós, a interpolação é dada pela equação 3.4.4,

$$\begin{aligned}
 u = & \frac{1}{8}(1-g)(1-h)(1-r)u_1 + \frac{1}{8}(1+g)(1-h)(1-r)u_2 \\
 & + \frac{1}{8}(1+g)(1+h)(1-r)u_3 + \frac{1}{8}(1-g)(1+h)(1-r)u_4 \\
 & + \frac{1}{8}(1-g)(1-h)(1+r)u_5 + \frac{1}{8}(1+g)(1-h)(1+r)u_6 \\
 & + \frac{1}{8}(1+g)(1+h)(1+r)u_7 + \frac{1}{8}(1-g)(1+h)(1+r)u_8
 \end{aligned} \tag{3.4.4}$$

e para o C3D20, um elemento tridimensional *brick* com 20 nós, a interpolação apresenta-se na equação 3.4.5

Os elementos *solid(brick) composite* também são integrados numericamente para a resolução das equações de equilíbrio. A integração de Gauss é utilizada para a integração ao longo do plano, e a regra de Simpson é utilizada para a integração ao longo da secção ou ao longo da direcção de empilhamento. Os pontos utilizados são referidos como **pontos de integração** e **pontos de secção**(ou *section points*), respectivamente. O número dos pontos de secção é definido pelo utilizador.

$$\begin{aligned}
 u = & -\frac{1}{8}(1-g)(1-h)(1-r)(2+g+h+r)u_1 - \frac{1}{8}(1+g)(1-h)(1-r)(2-g+h+r)u_2 \\
 & -\frac{1}{8}(1+g)(1+h)(1-r)(2-g-h+r)u_3 - \frac{1}{8}(1-g)(1+h)(1-r)(2+g-h+r)u_4 \\
 & -\frac{1}{8}(1-g)(1-h)(1+r)(2+g+h-r)u_5 - \frac{1}{8}(1+g)(1-h)(1+r)(2-g+h-r)u_6 \\
 & -\frac{1}{8}(1+g)(1+h)(1+r)(2-g-h-r)u_7 - \frac{1}{8}(1-g)(1+h)(1+r)(2+g-h-r)u_8 \\
 & +\frac{1}{4}(1-g)(1+g)(1-h)(1-r)u_9 + \frac{1}{4}(1-h)(1+h)(1+g)(1-r)u_{10} \\
 & +\frac{1}{4}(1-g)(1+g)(1+h)(1-r)u_{11} + \frac{1}{4}(1-h)(1+h)(1-g)(1-r)u_{12} \\
 & +\frac{1}{4}(1-g)(1+g)(1-h)(1+r)u_{13} + \frac{1}{4}(1-h)(1+h)(1+g)(1+r)u_{14} \\
 & +\frac{1}{4}(1-g)(1+g)(1+h)(1+r)u_{15} + \frac{1}{4}(1-h)(1+h)(1-g)(1+r)u_{16} \\
 & +\frac{1}{4}(1-r)(1+r)(1-g)(1-h)u_{17} + \frac{1}{4}(1-r)(1+r)(1+g)(1-h)u_{18} \\
 & +\frac{1}{4}(1-r)(1+r)(1+g)(1+h)u_{19} + \frac{1}{4}(1-r)(1+r)(1-g)(1+h)u_{20}
 \end{aligned} \tag{3.4.5}$$

3.4.2 Malha de elementos finitos e geração dos modelos

Para a geração da malha de elementos finitos utilizado no presente trabalho, foi utilizado o software de pré e pós-processamento dos modelos de elementos finitos, FEMAP.

Antes da simulação dos modelos referentes às ligações aparafusadas, interessa ter alguma noção da fiabilidade dos modelos numéricos que vão ser utilizados. Por exemplo, é necessário conhecer o *aspect ratio* que permite obter os resultados com a melhor precisão; é ainda necessário verificar e validar as condições de contacto entre a superfície do parafuso e a superfície da placa; ainda é necessário verificar se as características e as propriedades dos materiais utilizados no modelo.

O modelo utilizado para validar a eficiência das malhas quanto ao tipo de elemento e

à sua dimensão, tem a geometria indicada pela figura 3.4. A escolha dessa geometria deve-se ao facto de poder ser directamente comparável com os resultados apresentados em Camanho [Cam99].

Figura 3.4: Geometria utilizada na validação da malha

O material da placa apresentada na figura 3.4 é um laminado em CFRP quasi-isotrópico, $(0^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ)_s$, cujas propriedades referentes à lâmina unidireccional estão apresentadas na Tabela 3.1. Para a simulação do problema, foi utilizado o soft-

Tabela 3.1: Propriedades de uma lamina em CFRP

\mathbf{E}_{11} (GPa)	\mathbf{E}_{22} (GPa)	\mathbf{E}_{33} (GPa)	\mathbf{G}_{12} (GPa)	\mathbf{G}_{13} (GPa)	\mathbf{G}_{23} (GPa)	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
146.9	10.9	10.9	6.4	6.4	3.9	0.38	0.38	0.78

ware ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a].

Como foi indicado anteriormente, os elementos utilizados foram o C3D8 e o C3D20. A malha de elementos finitos tem o aspecto indicado pela figura 3.5.

Conforme se pode verificar pela figura, os elementos da zona de contacto têm uma dimensão inferior aos elementos mais afastados do furo, e da zona de contacto. A dimensão destes elementos é de 0.1 mm - lembra-se que o diâmetro do furo é de 2 mm.

Figura 3.5: Pormenor da malha de validação

Figura 3.6: aplicação da carga no modelo de validação

À placa apresentada na figura 3.4 é aplicada um deslocamento ao longo da direcção x (correspondente ao lado maior do plano médio da placa) através de um parafuso ou um pino M2. A outra extremidade da placa é considerada encastrada. Na figura 3.6 estão apresentadas a aplicação da carga e as condições de encastramento. O parafuso, ou o pino, é modelado como uma superfície rígida, e o único grau de liberdade que não é restringido é o deslocamento na direcção de x , correspondente ao deslocamento aplicado.

Ao longo da espessura é utilizado apenas um elemento sólido, isto é, para a validação do *aspect ratio*, vai ser utilizado apenas um elemento ao longo da espessura. Como foi dito anteriormente, os elementos que vão ser utilizados no presente trabalho são o C3D8 e o C3D20. Tendo em conta a anisotropia do material e a sequência de empilhamento do laminado, ou *lay out*, isto é $(0^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ)_s$, as propriedades

elásticas são introduzidas no ficheiro de entrada de dados como Constantes de Engenharia. O laminado pode ser considerado como uma lamina quasi-isotrópica, com as seguintes propriedades indicadas na Tabela 3.2. Assim, a definição das propriedades

Tabela 3.2: Propriedades de um laminado em CFRP quasi-isotrópico

E_{11} (GPa)	E_{22} (GPa)	E_{33} (GPa)	G_{12} (GPa)	G_{13} (GPa)	G_{23} (GPa)	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
57.89	57.89	10.9	22.09	4.998	4.998	0.6	0.58	0.58

e das constantes elásticas, no ficheiro de introdução de dados, é feita por:

```
*****Element orientation *****
*ORIENTATION,NAME=SO,DEFINITION=COORDINATES, SYSTEM=RECTANGULAR
      1.,      0.,      0.,      0.,      1.,      0.
      3,0.0
*****Element properties*****
*SOLID SECTION,ELSET=P3,MATERIAL=M1, ORIENTATION=SO
*****Material properties*****
*MATERIAL,NAME=M1 *ELASTIC,TYPE=ENGINEERING CONSTANTS
57890.0,57890.0,10900.0,0.6,0.58,0.58,22090.0,4998.3, 4998.3
```

A seguir, é necessário modelar as condições de contacto entre o parafuso ou pino, e a superfície da placa que se encontra em contacto com o parafuso. Como ficou esclarecida anteriormente, o ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a] permite a modelação do problema de contacto utilizando superfícies deformáveis e superfícies rígidas. Para a validação do algoritmo de contacto, considera-se o contacto entre a superfície deformável da parede do furo, e a superfície rígida do parafuso ou pino. É demonstrável [aba00c] [aba00b] [aba00a] que a diferença entre a utilização de superfície rígidas ou deformáveis para superfícies rígidas para materiais como os que constituem os parafusos e pinos, são perfeitamente desprezáveis. A superfície rígida é modelada como uma superfície analítica,

```

**  superficie cilindrica rigida
*SURFACE,TYPE=CYLINDER,NAME=cilindro
60.0,20.0,0.0,61.0,20.0,0.0
60.0,20.0,1.0
START,1.0,0
CIRCL,0,-1.0,0,0
CIRCL,-1.0,0,0,0
CIRCL,0,1.0,0,0
CIRCL,1.0,0,0,0
*RIGID BODY,ANALYTICALSURFACE=cilindro, REF NODE=2591

```

e a superfície da placa que contacta com a superfície rígida do pino é gerada através das faces dos elementos que contactam com a superfície rígida do pino. O contacto é considerando sem fricção e com pequenos escorregamentos, em que a superfície rígida do pino é o *master*, e a superfície da placa em contacto é o *slave*,

```

*CONTACT PAIR, INTERACTION = sem_friccao,SMALL SLIDING,ADJUST=0.0
furo,cilindro
*SURFACE INTERACTION, NAME = sem_friccao

```

3.4.3 Validação dos modelos

Os resultados são impressos para o ficheiro de resultados do ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a].

Os resultados encontrados por este modelo são comparados com os obtidos por Camanho [Cam99], De Jong [Jon87] e Crews [CHR81]. A grandeza de comparação é o Factor de Concentração de Tensões considerando as tensões radiais, σ_{rr} . Esta grandeza é dada por,

$$K_{rr} = \frac{|\sigma_{rr}|}{S_b} \quad (3.4.6)$$

em que S_b são as tensões de esmagamento, ou *bearing stress*, dadas por,

$$S_b = \frac{P}{td} \quad (3.4.7)$$

em que P é a carga aplicada, t é a espessura da placa e d é o diâmetro do furo. O gráfico apresentado na figura 3.7 compara os resultados.

Figura 3.7: Comparação dos resultados obtidos para a validação da malha

No gráfico da figura 3.7 não estão apresentados os resultados obtidos por Crews [CHR81], uma vez que estes resultados são praticamente coincidentes com os resultados de De Jong [Jon87], e a sua não inclusão facilitaria a leitura do gráfico.

Conclui-se facilmente a partir do gráfico da figura 3.7 que as diferenças relativas entre os resultados obtidos em Camanho [Cam99] e em De Jong [Jon87] e os elementos utilizados neste modelo de validação (C3D8 e C3D20) são muito pequenas, com erros relativos na ordem dos um por cento para as tensões máximas de esmagamento. Assim, com esta validação, verifica-se que a malha de elementos finitos - o *aspect ratio* dos elementos, o problema de contacto, bem como a dimensão e o tipo de elementos que foram utilizados, permite garantir o bom funcionamento dos modelos das ligações das juntas compósitos. Há que ter em consideração, no entanto, que a dimensão dos elementos são determinados em função do diâmetro do furo. Assim, se a razão entre a dimensão do elemento e o diâmetro do furo, para o modelo de validação é de $0.1/2$,

os modelos a serem analisados a seguir têm necessariamente de seguir esta relação. Com base na geração e validação do modelo de validação, definem-se nos capítulos subsequentes, os modelos de estudo que modelam as ligações desmontáveis entre as juntas em material compósito.

Capítulo 4

Modelo progressivo de dano

4.1 Introdução

Não há um critério de rotura ou de dano nos compósitos (plásticos reforçados com fibras) que seja universalmente aceite por todos os investigadores como os mais adequados para aplicações mais generalistas [HS98], [HKS01] e [SQTO96]. Por outro lado, ainda são necessários alguns desenvolvimentos para alguns mecanismos de dano, como por exemplo a delaminagem, e não há consenso entre os investigadores sobre qual será o critério de dano mais adequado para este tipo de dano. No entanto, os critérios mais utilizados [SQTO96] são, por ordem decrescente, o critério da máxima deformação, o critério da máxima tensão, o critério de Tsai-Hill e o critério de Tsai-Wu. Cada um destes critérios, e muitos outros, estão associados à previsão da rotura num determinado número de casos particulares.

4.2 Critérios de dano associado às lâminas

Os critérios de dano propostos para analisar o dano numa lâmina, podem ser divididos em dois grandes grupos - critérios não associados à modos de rotura e critérios associados à modos de rotura.

4.2.1 Critérios de dano não associados à modos de rotura

Este grupo inclui todos os critérios polinomiais e tensoriais, utilizando expressões matemáticas para descrever o dano como uma função da resistência do material. Geralmente, estas expressões são baseados no processo do ajuste de uma expressão à uma curva obtida experimentalmente. A maior parte dos critérios de dano polinomiais para materiais compósitos é do tipo tensorial, propostos por Tsai e Wu [TW71]. Este critério pode ser expresso em notação tensorial como,

$$F_i \cdot \sigma_i + F_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j + F_{ijk} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \sigma_k \geq 1 \quad (4.2.1)$$

em que $i, j, k = 1, \dots, 6$ para um caso tridimensional. Os parâmetros F_i, F_{ij} e F_{ijk} referem-se à resistência da lâmina segundo as direcções principais. Na prática, e devido ao grande número de constantes materiais exigidas, o tensor de terceira ordem, F_{ijk} , é normalmente desprezada. Por conseguinte, o critério polinomial é geralmente reduzido à expressão quadrática,

$$F_i \cdot \sigma_i + F_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \geq 1 \quad (4.2.2)$$

Considerando que a rotura ou a danificação do material é insensível à mudança do sinal das tensões de corte, todos os termos contendo tensões de corte não devem ser considerados. Assim, a forma explícita e geral da expressão 4.2.2 é,

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_3\sigma_3 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{13}\sigma_1\sigma_3 + 2F_{23}\sigma_2\sigma_3 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{33}\sigma_3^2 + F_{44}\sigma_4^2 + F_{55}\sigma_5^2 + F_{66}\sigma_6^2 \geq 1 \quad (4.2.3)$$

Muitos outros critérios quadráticos têm sido propostos, diferindo apenas na forma como os componentes do tensor das tensões são determinados. Tsai-Hill [Tsa65], Azzi-Tsai [AT65], Hofman [Hof67] e Chamis [Cha69] propuseram alguns outros critérios quadráticos populares, que podem ser representados como função dos termos quadráticos de Tsai-Wu variando os parâmetros F_i e F_{ij} por forma a conseguir a melhor aproximação às características do dano que resultam das análises experimentais. Estes critérios podem ser sintetizados nas Tabelas 4.1 e 4.2.

Tabela 4.1: Critérios polinomiais de dano

	Tsai-Wu	Tsai-Hill ¹	Azzi-Tsai ²
F_1	$\frac{1}{\sigma_{1T}^u - \sigma_{1C}^u}$	0	0
F_2	$\frac{1}{\sigma_{2T}^u - \sigma_{2C}^u}$	0	0
F_3	$\frac{1}{\sigma_{3T}^u - \sigma_{3C}^u}$	0	0
F_{12}	$\frac{-1}{2\sqrt{\sigma_{1T}^u \sigma_{1C}^u \sigma_{2T}^u \sigma_{2C}^u}}$	$-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_1^{u2}} + \frac{1}{\sigma_2^{u2}} - \frac{1}{\sigma_3^{u2}} \right)$	$-\frac{1}{\sigma_1^{u2}}$
F_{13}	$\frac{-1}{2\sqrt{\sigma_{1T}^u \sigma_{1C}^u \sigma_{3T}^u \sigma_{3C}^u}}$	$-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_3^{u2}} + \frac{1}{\sigma_1^{u2}} - \frac{1}{\sigma_2^{u2}} \right)$	0
F_{23}	$\frac{-1}{2\sqrt{\sigma_{2T}^u \sigma_{2C}^u \sigma_{3T}^u \sigma_{3C}^u}}$	$-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_2^{u2}} + \frac{1}{\sigma_3^{u2}} - \frac{1}{\sigma_1^{u2}} \right)$	0
F_{11}	$\frac{1}{\sigma_{1T}^u \sigma_{1C}^u}$	$\frac{1}{\sigma_1^{u2}}$	$\frac{1}{\sigma_1^{u2}}$
F_{22}	$\frac{1}{\sigma_{2T}^u \sigma_{2C}^u}$	$\frac{1}{\sigma_2^{u2}}$	$\frac{1}{\sigma_2^{u2}}$
F_{33}	$\frac{1}{\sigma_{3T}^u \sigma_{3C}^u}$	$\frac{1}{\sigma_3^{u2}}$	0
F_{44}	$\frac{1}{\sigma_{23}^{u2}}$	$\frac{1}{\sigma_{23}^{u2}}$	0
F_{55}	$\frac{1}{\sigma_{13}^{u2}}$	$\frac{1}{\sigma_{13}^{u2}}$	0
F_{66}	$\frac{1}{\sigma_{12}^{u2}}$	$\frac{1}{\sigma_{12}^{u2}}$	$\frac{1}{\sigma_{12}^{u2}}$

Nas Tabelas 4.1 e 4.2, σ_1^u , σ_2^u e σ_3^u são as tensões normais da lâmina segundo as direcções 1, 2 e 3. σ_{23}^u , σ_{13}^u e σ_{12}^u são as tensões de corte do material nos planos 23, 13 e 12 respectivamente.

Apesar de apresentarem aspectos importantes, como por exemplo a invariância perante a rotação ou a transformação das coordenadas, estes critérios não têm em conta os diferentes mecanismos de dano que levam à rotura do laminado. Na realidade, o que estes critérios propõem é um relacionamento entre as variáveis macromecânicas, como por exemplo o campo de tensões, utilizando para isso as relações constitutivas,

¹ $\sigma_1^u, \sigma_2^u, \sigma_3^u$: $\sigma_{1C}^u, \sigma_{2C}^u, \sigma_{3C}^u$ ou $\sigma_{1T}^u, \sigma_{2T}^u, \sigma_{3T}^u$, dependendo do sinal de σ_1, σ_2 e σ_3 , respectivamente

² $\sigma_1^u, \sigma_2^u, \sigma_3^u$: $\sigma_{1C}^u, \sigma_{2C}^u, \sigma_{3C}^u$ ou $\sigma_{1T}^u, \sigma_{2T}^u, \sigma_{3T}^u$, dependendo do sinal de σ_1, σ_2 e σ_3 , respectivamente

considerando a lamina como uma estrutura não isotrópica. No entanto há que considerar que só pelo facto de estes materiais serem heterogéneos está-lhes associado determinados mecanismos de dano. Por outro lado, diferentes anisotropias podem implicar mecanismos de dano diferentes.

Tabela 4.2: Critérios polinomiais de dano

	Hoffman	Chamis ³
F_1	$\frac{1}{\sigma_{1T}^u - \sigma_{1C}^u}$	0
F_2	$\frac{1}{\sigma_{2T}^u - \sigma_{2C}^u}$	0
F_3	$\frac{1}{\sigma_{3T}^u - \sigma_{3C}^u}$	0
F_{12}	$-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{1T}^u \sigma_{1C}^u} + \frac{1}{\sigma_{2T}^u \sigma_{2C}^u} - \frac{1}{\sigma_{3T}^u \sigma_{3C}^u} \right)$	$-\frac{K_{12}}{\sigma_1^u \sigma_2^u}$
F_{13}	$-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{3T}^u \sigma_{3C}^u} + \frac{1}{\sigma_{1T}^u \sigma_{1C}^u} - \frac{1}{\sigma_{2T}^u \sigma_{2C}^u} \right)$	$-\frac{K_{13}}{\sigma_1^u \sigma_3^u}$
F_{23}	$-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{2T}^u \sigma_{2C}^u} + \frac{1}{\sigma_{3T}^u \sigma_{3C}^u} - \frac{1}{\sigma_{1T}^u \sigma_{1C}^u} \right)$	$-\frac{K_{23}}{\sigma_2^u \sigma_3^u}$
F_{11}	$\frac{1}{\sigma_{1T}^u \sigma_{1C}^u}$	$\frac{1}{\sigma_1^{u2}}$
F_{22}	$\frac{1}{\sigma_{2T}^u \sigma_{2C}^u}$	$\frac{1}{\sigma_2^{u2}}$
F_{33}	$\frac{1}{\sigma_{3T}^u \sigma_{3C}^u}$	$\frac{1}{\sigma_3^{u2}}$
F_{44}	$\frac{1}{\sigma_{23}^{u2}}$	$\frac{1}{\sigma_{23}^{u2}}$
F_{55}	$\frac{1}{\sigma_{13}^{u2}}$	$\frac{1}{\sigma_{13}^{u2}}$
F_{66}	$\frac{1}{\sigma_{12}^{u2}}$	$\frac{1}{\sigma_{12}^{u2}}$

Adicionalmente, há algumas outras características importantes que interessam referir quando se utilizam critérios polinomiais, como é o facto de estes preverem que a rotura ou o dano numa lamina sujeita a tensões biaxiais de tracção depender da sua resistência à compressão. Este aspecto é inaceitável sob o ponto de vista físico.

³ K_{12} , K_{13} e K_{23} : coeficientes que dependem da resistência do material

Para estudar melhor a não homogeneidade dos compósitos, um segundo grupo de critérios foram propostos: os critérios de dano associados à modos de rotura.

4.2.2 Critérios de dano associados à modos de rotura

Estes critérios consideram que o carácter não homogéneo dos compósitos conduz à diferentes mecanismos de dano dos seus constituintes. Os critérios são estabelecidos em termos de expressões matemáticas utilizando as características de resistência dos materiais, e consideram os diferentes mecanismos de dano dos seus constituintes. Estes critérios têm a vantagem de predizerem os mecanismos de dano, sendo portanto adequados para serem aplicados em análises que consideram o dano progressivo.

Grande maioria destes critérios identificam os seguintes mecanismos de dano:

- A rotura das fibras;
- A fissuração transversal da matriz, e
- A fissuração da matriz devido ao corte.

Os critérios de dano associados aos mecanismos de dano podem ser subdivididos em dois grupos:

(A) Critérios não iterativos - que não têm em consideração iterações entre as tensões e deformações que actuam na lâmina. Este facto normalmente conduz a erros no cálculo da resistência quando se está na presença de estados multiaxiais de tensão. Exemplos típicos de critérios não iterativos são, por exemplo,

(A1) Critério de deformação máxima

Este critério considera que o compósito cede quando o valor da deformação excede um determinado valor admissível, sendo um forma simples e directa de determinar a danificação do compósito. Três condições diferentes de rotura são considerados, de acordo com a deformação máxima na direcção das fibras, na direcção transversal ou ainda as deformações de corte. Assim, para a deformação na direcção das fibras,

$$\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{1T}^u \quad \text{ou} \quad |\varepsilon_1| \geq \varepsilon_{1C}^u \quad (4.2.4)$$

para a deformação transversal ou danificação da matriz,

$$\varepsilon_2 \geq \varepsilon_{2T}^u \quad ou \quad |\varepsilon_2| \geq \varepsilon_{2C}^u \quad (4.2.5)$$

e para as deformações de corte,

$$|\varepsilon_{12}| \geq \varepsilon_{12}^u \quad (4.2.6)$$

(A2) Critério da tensão máxima

Este critério considera que o compósito cede quando as tensões excedem o valor admissível. Também é um processo simples e directo para determinar a danificação do compósito, e não são consideradas interações das tensões na lâmina. Três diferentes condições de dano são consideradas: a danificação das fibras,

$$\sigma_1 \geq \sigma_{1T}^u \quad ou \quad |\sigma_1| \geq \sigma_{1C}^u \quad (4.2.7)$$

a danificação da matriz a través da tensão transversal,

$$\sigma_2 \geq \sigma_{2T}^u \quad ou \quad |\sigma_2| \geq \sigma_{2C}^u \quad (4.2.8)$$

e a danificação da matriz através das tensões de corte,

$$|\sigma_{12}| \geq \sigma_{12}^u \quad (4.2.9)$$

(B) - Critérios iterativos, que têm em consideração as iterações entre as tensões e as deformações que actuam na lâmina. Exemplos de critérios iterativos de dano são por exemplo,

(B1) - Hashim-Rotem [HR73]

Este critério envolve dois mecanismos de dano, uma associada à rotura das fibras e outra associada ao dano da matriz, distinguindo o dano á tracção do dano à compressão. Assim, a rotura das fibras em tracção - $\sigma_1 > 0$ - acontece quando,

$$\sigma_1 = \sigma_{1T}^u \quad (4.2.10)$$

a rotura das fibras em compressão - $\sigma_1 < 0$ - acontece quando,

$$-\sigma_1 = \sigma_{1C}^u \quad (4.2.11)$$

o dano da matriz à tracção - $\sigma_2 > 0$ - acontece quando,

$$\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2T}^u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12}^u} \right)^2 = 1 \quad (4.2.12)$$

e o dano da matriz em compressão - $\sigma_2 < 0$ - é dado por,

$$\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2C}^u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12}^u} \right)^2 = 1 \quad (4.2.13)$$

(B2) - Hashim [Has80]

Hashin propôs, mais tarde, um critério de dano para fibras compósitos sujeitas à um estado tridimensional de tensão. Para o mecanismo de dano da matriz, Hashin considerou uma aproximação quadrática, tendo em conta que um critério linear subestima a resistência do material, e por outro lado, um polinómio de maior ordem seria mais complicado a sua computação. Adicionalmente, os efeitos das tensões de corte são agora considerados no mecanismo de dano das fibras à tracção. Assim, a rotura das fibras à tracção dá-se quando,

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1T}^u} \right)^2 + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{(\sigma_{12}^u)^2} = 1 \quad ou \quad \sigma_1 = \sigma_{1T}^u \quad (4.2.14)$$

a danificação das fibras à compressão,

$$-\sigma_1 = \sigma_{1C}^u \quad (4.2.15)$$

o dano da matriz à tracção - $\sigma_2 + \sigma_3 > 0$,

$$\left(\frac{\sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_{2T}^u} \right)^2 + \frac{\sigma_{23}^2 + \sigma_2\sigma_3}{(\sigma_{23}^u)^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{(\sigma_{12}^u)^2} = 1 \quad (4.2.16)$$

e o dano da matriz sujeita à compressão - $\sigma_2 + \sigma_3 < 0$,

$$\left[\left(\frac{\sigma_{2C}^u}{2\sigma_{23}^u} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_{2C}^u} + \left(\frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2\sigma_{23}^u} \right)^2 + \frac{\sigma_{23}^2 + \sigma_2\sigma_3}{(\sigma_{23}^u)^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{(\sigma_{12}^u)^2} = 1 \quad (4.2.17)$$

(B3) - Puck [Puc95]

Dois tipos diferentes de dano ou rotura são considerados: rotura inter-fibras, ou rotura da matriz, e a rotura das fibras.

A mais notável diferença entre este critério e os critérios propostos por Hashin é o facto de serem considerados três modos da rotura da matriz, dependendo do ângulo entre o plano de rotura e a lâmina, bem como do tipo de carga que causa a rotura.

Outros critérios merecem alguma atenção como são os casos de Cuntze [Cun99], Yamada-Sun [YS78], Sun-Tao [SQTO96], entre outros.

4.3 Modelo progressivo de dano

Os critérios de dano apresentados anteriormente apenas estudam o dano numa lâmina apenas. No entanto, para conhecer a resistência do laminado, torna-se necessário considerar a acumulação progressiva do dano até a rotura final. Esta estudo é particularmente difícil, uma vez que os mecanismos de dano num laminado são mais complexos que os mecanismos de dano numa lâmina unidireccional com carregamentos no plano. Novos mecanismos de dano como por exemplo a delaminação, e interacções muito complexas entre os mecanismos de dano interlaminar e intralaminar, podem ocorrer em laminados. Os efeitos da delaminação são normalmente tratados separadamente dos mecanismos de dano intralaminar, apesar de trabalhos mais recentes considerarem todos os mecanismos de dano na análise da rotura de um laminado [DCM01].

Resultados experimentais [CBM98] mostraram que a rotura num laminado compósito é quase sempre progressivo, resultando de um processo de acumulação do dano. Por conseguinte, a diminuição progressiva da rigidez ou da resistência do laminado deve ter-se em consideração em função do tipo de dano ocorrido. O procedimento típico para determinar a resistência de um laminado quando um mecanismo de dano intralaminar é dominante é:

- análise do estado de tensões e de deformações na lâmina;
- aplicação dos critérios de dano laminares;
- degradação da rigidez dos modelos, em função do tipo de dano laminar determinado, e
- aplicação de critérios progressivos de danificação e rotura do laminado.

4.3.1 Degradação das propriedades do material

Quando se verifica a ocorrência de um determinado tipo de dano, a resposta do material deve ser modificada de acordo com o tipo de dano previsto. Para este trabalho ver ser considerado o critério de rotura para modos ou mecanismos de dano. O critério a ser considerado é o critério de Hashin [Has80], dado pelas equações 4.2.14, 4.2.15, 4.2.16 e 4.2.14, associado à uma lâmina. Este critério requer propriedades da lâmina que podem ser facilmente determináveis experimentalmente, e tem uma característica fundamental para a abordagem que se quer seguir: pode ser utilizado para prever modos de dano da matriz e das fibras. Por outro lado, verificaram-se bons resultados quando aplicado na previsão de laminados boro-epoxy e fibras de vidro-epoxy para provetes com cargas fora do plano [Has80], e, nos modelos bidimensionais, verificaram-se bons resultados para laminados carbono-epoxy no que toca a resistência dos furos carregados [LS95].

A degradação ou a redução da rigidez é normalmente formulado através da redução das propriedades elásticas de cada camada, tipicamente reduzindo E_1 para a rotura das fibras e E_2 e G_{12} para a rotura transversal e por corte da matriz [CM99] [SC95]. Esta redução pode ser feita de forma súbita [CM99] ou progressiva [SC95]. Para a rotura transversal da matriz, a degradação progressiva das propriedades elásticas tem uma base física satisfatória, uma vez que representa a acumulação progressiva das fissuras transversais até à rotura por saturação de pequenas fissuras, *crack density saturation* (CDS). A redução das propriedades elásticas transversais pode ser uma função do estado de tensão [CM99]. Esta consideração é também razoável, uma vez

que a matriz fissurada sujeita a cargas de compressão ainda pode suportar alguma carga.

O modelo aqui proposto é baseado no trabalho elaborado por Tan *et al.* [Tan91, TN89, NT88], e adaptado para elementos tridimensionais por Camanho [CM00]. Tan *et al.* [Tan91, TN89, NT88] assumiram que os efeitos de diferentes mecanismos de dano nas propriedades elásticas podem ser representados através de variáveis de estado internas que são função do dano. Estas variáveis são D_i^T e D_i^c . Assumiu ainda, que a redução da rigidez associado aos danos devido às cargas compressivas são diferentes da redução da rigidez associado aos danos devido às cargas de tracção. A principal razão deste efeito é o facto da superfície de uma fenda sujeita a cargas de tracção está livre, enquanto que a mesma fenda sujeita a cargas compressivas ainda suporta alguma carga.

Assumiu-se que a presença do dano dentro de um elemento apenas tem influência nas propriedades elásticas do elemento, pelo que a redução da rigidez devido ao dano num ponto é apenas confinado à vizinhança do ponto.

Fissuração da matriz à tracção

Para determinar os valores das variáveis de estado internas associadas à fissuração da matriz à tracção, Tan *et al.* [Tan91, TN89, NT88] utilizaram um procedimento baseado numa solução elástica de um modelo micromecânico da fissuração da lâmina. Baseado nas equações de equilíbrio e das condições de equilíbrio e de continuidade apropriadas, as equações constitutivas podem ser obtidas para uma determinada densidade de fissuras. A vantagem desta abordagem é que as equações constitutivas apenas requerem algumas propriedades mecânicas básicas e a densidade das fissuras.

Para laminados quasi-isotrópicos carbono/epoxy, e para uma densidade de fissuras de uma fissura por comprimento do elemento, Tan *et al.* [Tan91, TN89, NT88] calcularam o valor das variáveis de estado internas como $D_2^T = D_4^T = 0.2$. Estes valores vão ser utilizados no presente trabalho. Portanto, quando se verifica a fissuração da matriz à tracção num elemento, as propriedades materiais do elemento são modificados

de acordo com as equações 4.3.1 e 4.3.2.

$$E_2^d = D_2^d E_2 \quad (4.3.1)$$

$$G_{12}^d = D_4^d G_{12} \quad (4.3.2)$$

Note-se que uma densidade de fissuras constante deve ser utilizado nestes modelos. Existem quantidades limitadas de trabalhos que têm em consideração os efeitos da fissuração da matriz nas propriedades elásticas fora do plano. A formulação utilizada aqui é baseada no trabalho realizado por Laws *et al.* [LDH83]. Estes autores desenvolveram equações constitutivas tridimensionais baseados num modelo auto consistente para prever reduções da rigidez devido às fissuras na matriz. Concluíram que E_1 , E_3 , G_{13} , ν_{12} , ν_{13} , ν_{31} e ν_{32} são virtualmente independentes da densidade das fissuras. Assim, E_2 , G_{12} , G_{23} , ν_{21} e ν_{23} são significativamente reduzidos com o aumento da intensidade das fissuras.

Baseado nos resultados apresentados por Tan *et al.* [Tan91, TN89, NT88], Camanho *et al.* [CM00] estendeu a formulação aos modelos tridimensionais, considerando que a fissuração da matriz também faz degradar G_{23} , utilizando a mesma variável de estado utilizada para degradar G_{12} (ver equação 4.3.3).

$$G_{23}^d = D_4^T G_{23} \quad (4.3.3)$$

Rotura das fibras por tracção

Para determinar a redução da rigidez associada à rotura das fibras por tracção, D_1^T , Tan *et al.* [Tan91, TN89, NT88] propuseram um estudo paramétrico, onde assumiram que D_1^T não é dependente da orientação das camadas restringidas e que pode ser tratada como uma propriedade material. Tendo determinado D_2^T e D_4^T , utilizou-se o método dos elementos finitos para a modelação do laminado. D_1^T foi variada de 0.01 para 0.07 e o valor que melhor aproxima os resultados experimentais, $D_1^T = 0.07$, foi seleccionado. Este valor vai ser utilizado no presente modelo, e quando a rotura das fibras é verificado devido à tracção, E_1 é modificado para E_1^d (ver equação 4.3.4).

$$E_1^d = D_1^T E_1 \quad (4.3.4)$$

Fissuração da matriz por compressão

Devido à insuficiente existência de estudos analíticos sobre os efeitos da fissura numa lâmina sujeita a cargas de compressão, Tan *et al.* [Tan91, TN89, NT88] propuseram uma análise baseada no mesmo estudo paramétrico utilizado para o cálculo de D_1^T para determinar a variável de estado associada ao dano devido à compressão. Para o mesmo material e a mesma sequência de empilhamento, estas variáveis foram obtidas como $D_2^T = D_4^T = 0.4$. Por conseguinte, a degradação das propriedades elásticas é dada pelas equações 4.3.5, 4.3.6 e 4.3.7.

$$E_2^d = D_2^c E_2 \quad (4.3.5)$$

$$G_{12}^d = D_4^c G_{12} \quad (4.3.6)$$

$$G_{23}^d = D_4^c G_{23} \quad (4.3.7)$$

Rotura das fibras por compressão

Utilizando ainda o mesmo estudo paramétrico, Tan *et al.* [Tan91, TN89, NT88] concluíram que para laminados quasi-isotrópicos carbono/epoxy o valor da variável de estado responsável pela degradação das propriedades é $D_1^C = 0.14$, e na equação 4.3.8 apresenta-se a redução das propriedades elásticas.

$$E_1^d = D_1^C E_1 \quad (4.3.8)$$

4.3.2 Previsão da rotura final do laminado

Muitos procedimentos têm sido propostos para determinar a rotura final do laminado. Um procedimento bastante comum é assumir que a rotura final do laminado acontece quando ocorre a rotura da fibra em qualquer lâmina. Este procedimento é inadequado quando estão presentes concentrações de tensões, como na presença de furos ou de ligações aparafusadas, dado que pode-se localizar a rotura de uma fibra sem que tenha havido a rotura do componente [Cam99]. Além disso, quando a matriz é dominante no laminado, como por exemplo laminados do tipo $(\pm 45^\circ)_s$, a rotura do laminado pode ocorrer sem que haja a rotura das fibras.

É então claro que as directrizes para a implementação dos critérios do laminado deve ser baseado não apenas nos critérios de dano da lâmina, mas também na redução da rigidez do laminado e no critério de rotura final do laminado.

Para prever a rotura do laminado através dos mecanismos de tracção e de corte, é assumido que a rotura final da junta ocorre quando o dano das fibras atinge a fronteira livre do laminado. Esta linha de investigação têm sido utilizada com sucesso na previsão da rotura de placas com furos carregados e não carregados [Tan91, HC96]. Esta abordagem não pode ser utilizada para a previsão da rotura final quando a junta rompe por esmagamento, pelo que a previsão da rotura final deve ser reavaliada. Resultados experimentais mostraram que o mecanismo de rotura por esmagamento é caracterizada pela acumulação de mecanismos de dano sub-críticos, que levam a fissuração por corte, ao longo da espessura, que leva à rotura final do laminado. A rotura por esmagamento ocorre quando os danos acumulados atingem a superfície, ao longo da espessura.

Resultados experimentais obtidos por Camanho [Cam99] mostraram que para uma carga correspondente à 90% da rotura final, considerado como a carga máxima obtida durante os testes experimentais, os danos acumulados atingem a superfície da placa em contacto com as anélias. Dado a redução da rigidez e os danos acumulados serem bastantes significativos para esta carga, Camanho [Cam99] considerou que razoável que esta carga seja a carga correspondente à rotura final. Por conseguinte, é assumível que a rotura final por esmagamento ocorre quando os danos nas fibras atingem as superfícies livres, ao longo da espessura, do laminado.

Métodos baseados na Mecânica da Fractura Linear Elástica [Aro93] também foram propostos para a análise da rotura final do laminado. Este tipo de abordagem tem sido utilizada com sucesso para prever a rotura final do laminado na presença de concentrações de tensão, e pode simular com bastante exactidão os efeitos do diâmetro do furo no laminado (caracterizado pela diminuição da resistência para furos de maior diâmetro, para os laminados em que não se verifica os efeitos da largura). No entanto, estes métodos necessitam de maiores investigações.

Outra abordagem é baseada no critério de Whitney-Nuismer [WN74] para furos não carregados e os parâmetros considerados são a resistência à tracção do laminado sem furos e a dimensão característica. Dois métodos foram propostos: a tensão pontual, e o método da tensão média. No primeiro método é assumido que a rotura ocorre quando as tensões principais na direcção da carga, a uma distância d_{0t} do furo, medido no plano de tensão, é maior ou igual à resistência do material sem furo. O segundo método considera que a rotura ocorre quando a tensão média numa distância de a_{0t} é maior ou igual a resistência do laminado sem furos. Estes critérios foram formulados para o caso das tensões uniaxiais, onde as tensões combinadas levam à um processo de rotura com regras arbitrárias.

4.4 Implementação numérica do modelo de dano

O modelo é implementado por intermédio da subrotina ABAQUS, USDFLD. O procedimento utilizado para a programação desta subrotina está esquematizada através do fluxograma da figura 4.1.

Para uma dada carga, uma análise de tensões, incluindo a solução para o problema de contacto entre as diferentes superfícies é computada. Tendo obtido o estado de tensões para as diferentes camadas, é aplicada o critério de Hashin [HR73] para cada ponto de integração. Se for previsto um dano, as propriedades do material são degradadas de acordo com o descrito anteriormente. Seguidamente é verificado a integridade global da junta, e se a rotura final da junta não é verificada, a carga é incrementada e o processo repete-se.

Capítulo 5

Modelos das juntas de sobreposição simples e de sobreposição dupla Implementação do comportamento não linear do adesivo

Na aeronáutica, as ligações entre os diferentes elementos estruturais de placas e cascas são efectuadas através de elementos desmontáveis como são os casos dos parafusos, dos rebites e dos pinos e pernos. Como já ficou anteriormente explicito, o presente trabalho tem por objectivo principal estudar os processos do aumento da eficiência das ligações desmontáveis - parafusos, rebites, pernos ou pinos - através da colagem de insertos metálicos.

Neste trabalho, o estudo vai incidir-se nas ligações desmontáveis entre componentes estruturais de placas. Dadas as ligações serem aparafusadas, rebitadas e por meio de pinos e pernos, exige-se que estas componentes sejam sobrepostas. Os tipos de juntas mais comuns e mais desejáveis são as juntas sobrepostas, uma vez que não é necessária a maquinação das placas antes de efectar as ligações. Os tipos de junta mais frequentes nas ligações através de EMD estão apresentados na figura 5.1. Para cada tipo de junta, a perda da resistência, pela maquinagem dos furos, a resistência dos elementos ligadores, o estado de tensão a que vão estar sujeitos para cada tipo de carregamento, e a compatibilidade com o projecto da componente onde serão utilizadas as juntas, devem ser tidos em consideração para a escolha do tipo de junta mais adequado.

Figura 5.1: Configurações de juntas mais usuais utilizando ligações com os EMD. Baseado em Strong [Str89]

De entre estes tipos de juntas, o presente trabalho incidirá sobre as ligações por **sobreposição simples** e as ligações por **sobreposição dupla** - ver figura 5.1.

Para melhor definir estes dois tipos de modelos, é necessário em primeiro lugar definir correctamente as características e propriedades do material a ser utilizado na análise. O material a ser utilizado para a análise dos modelos das juntas, é o pré-impregnado carbono/epoxy SEAL, TEXIPREG®HS 160 REM. Os valores téóricos das propriedades e características são indicados pelo fornecedor, mas considerou-se ser mais correcto, efectuar os ensaios de caracterização deste material, para confirmar ou corrigir os resultados indicados. Estes ensaios foram efectuadas no âmbito do projecto POCTI/43525/EME/2000 [TC02]. Uma breve descrição dos ensaios e dos resultados obtidos apresentam-se a seguir.

A escolha dos parâmetros geométricos dos provetes ou dos modelos é de uma importância fundamental para definir o modo de rotura que se pretende testar. A escolha da geometria mais correcta para as simulações é feita com base nas recomendações da MIL-HDBK-17 [MIL97b].

As malhas de elementos finitos para os modelos de sobreposição simples e de sobreposição dupla, são definidas tendo em consideração o *aspect ratio* da malha utilizada para a validação da malha de elementos finitos - ver Capítulo 3.

5.1 Ensaios de caracterização do material compósito

O laminado em material compósito a ser considerado na modelação dos modelos criados foi o pré-impregnado de carbono/epoxy (SEAL, TEXIPREG®HS 160 REM) cujas propriedades mecânicas teóricas foram referidas nas Tabelas 5.1 e 5.2. Os

Tabela 5.1: Propriedades elásticas teóricas, do pré-impregnado SEAL, TEXIPREG®HS 160 REM

\mathbf{E}_{11} (GPa)	\mathbf{E}_{22} (GPa)	\mathbf{E}_{33} (GPa)	\mathbf{G}_{12} (GPa)	\mathbf{G}_{13} (GPa)	\mathbf{G}_{23} (GPa)	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
129	9.5	9.8	4.7	4.7	3.2	0.34	0.34	0.52

Tabela 5.2: Parâmetros de resistência teóricos, do pré-impregnado SEAL, TEXIPREG®HS 160 REM

\mathbf{X} (MPa)	\mathbf{X}_c (MPa)	\mathbf{Y} (MPa)	\mathbf{Y}_c (MPa)	\mathbf{Z} (MPa)	\mathbf{Z}_c (MPa)	\mathbf{S}_{12}^c (MPa)	\mathbf{S}_{13}^c (MPa)	\mathbf{S}_{23}^c (MPa)
1434	1318	98	215	76	321	79	79	79

parâmetros \mathbf{X} e \mathbf{X}_c representam a resistência à tracção e à compressão, respectivamente, na direcção longitudinal das fibras. \mathbf{Y} e \mathbf{Y}_c representam a resistência na direcção transversal das fibras, e \mathbf{Z} e \mathbf{Z}_c representam as resistência ao longo da espessura da lâmina, em tracção e em compressão respectivamente. Os parâmetros \mathbf{S}_{ij} representam as resistências ao corte segundo os planos $i - j$.

Porém os valores apresentados na ficha técnica do pré-impregnado SEAL, TEXIPREG®HS 160 REM são meramente indicativos, já que podem variar de lote para lote, para além de dependerem dos processos e condições de fabrico, bem como as condições de armazenamento. Por estas razões surge a necessidade de caracterizar as propriedades mecânicas do material utilizado no estudo.

Esta caracterização foi feita no âmbito no mesmo projecto em que se encontra inserido este trabalho, por Tavares and Camanho [TC02].

5.1.1 Ensaios de tracção

Para obter as características a tracção do material compósito, realizaram-se ensaios de tracção segundo as recomendações da norma ASTM D 3039/D3039M - 00. Este ensaio consiste no carregamento monotónico de um provete de secção rectangular constante, até a sua rotura. Os ensaios foram conduzidos numa máquina universal de ensaios mecânicos INSTRON 4200-A, equipada com amarras de fricção. A força, deslocamento e deformação foram registrados através do sistema de aquisição de dados Spider8-30, acoplada à INSTRON 4200-A.

Ensaios de tracção a 0°

Realizaram-se ensaios de tracção à 0°, em 5 provetes obtidos por corte por jacto de água, a partir de uma placa unidireccional de 8 camadas (1 mm nominal de espessura) de forma a que a direcção das fibras seja paralela ao eixo longitudinal do provete. Para evitar o esmagamento dos provetes na zona da amarra foram utilizadas placas de alumínio coladas. A geometria dos provetes foram determinados de acordo com a norma ASTM D 3039/D3039M - 00.

Os provetes utilizados nos ensaios de tracção a 0° foram instrumentados com 2 extensómetros, um no sentido longitudinal, de forma a medir a deformação segundo o eixo da aplicação da força, e um segundo o eixo transversal de forma a medir a contracção do provete. A disposição dos extensómetros permite obter as deformações longitudinais e transversais de forma a determinar o módulo de elasticidade à tracção e o coeficiente de Poisson.

O ensaio de tracção a 0° foi realizado à temperatura de 20 °C e 55% de humidade, na máquina INSTRON 4200-A, com a velocidade de carregamento ajustada a 2 mm/min. O sistema de aquisição de dados permite adquirir os valores de força, deslocamento e deformação. O ensaio terminou, quando o provete partiu.

Na figura 5.2 são apresentadas as curvas força em função do deslocamento obtidas no ensaio de tracção a 0°. Neste ensaio foram obtidas o parâmetro de resistência à tracção, \mathbf{X} , o módulo de elasticidade à tracção, \mathbf{E}_{11} e coeficiente de Poisson ν_{12} , de

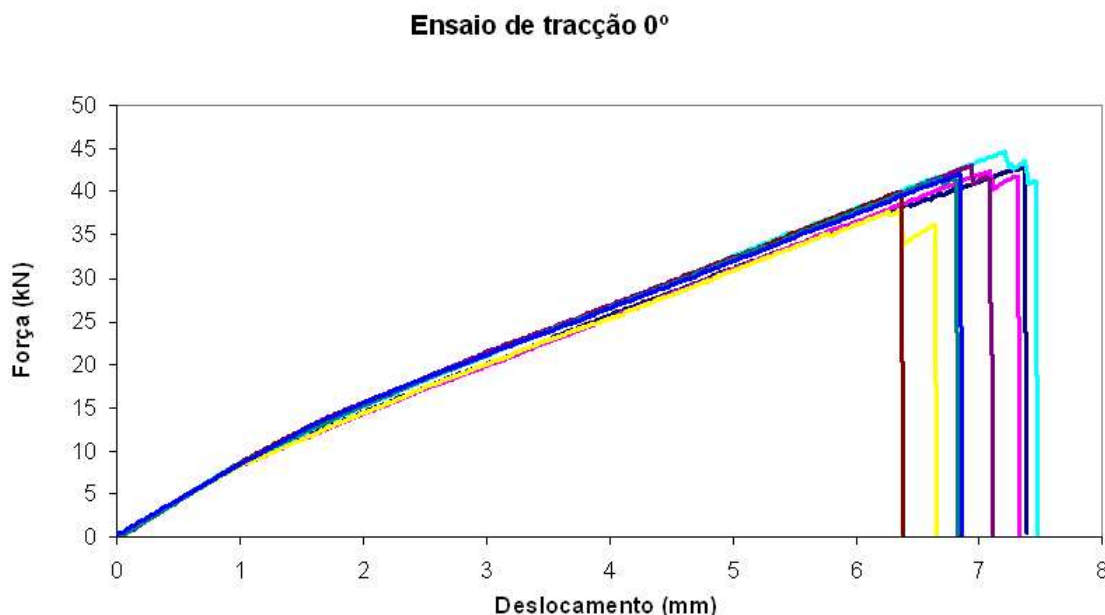


Figura 5.2: Curvas da força em função do deslocamento obtidas no ensaio de tracção a 0° [TC02]

acordo com as especificações da norma ASTM D 3039/D3039M - 00.

Ensaio de tracção a 90°

O ensaio de tracção a 90° foi realizado em 5 provetes obtidos a partir de uma placa unidireccional de 16 camadas (2 mm nominal de espessura), dispostas por forma a que a direcção das fibras seja perpendicular ao eixo do provete. A geometria dos provetes foi determinado de acordo com as especificações ASTM D 3039/D3039M - 00.

Os provetes foram instrumentados com um extensómetro no sentido longitudinal, de forma a poder calcular o módulo de elasticidade transversal, E_{22} .

O procedimento experimental dos ensaios de tracção a 90° foi ao do ensaio de tracção a 0°. A velocidade da aplicação da carga adoptada para estes ensaios foi de 1 mm/min, de forma a garantir um requisito da norma no qual refere que o provete deve partir num intervalo de tempo entre um e dez minutos. O ensaio decorreu a temperatura de 20° C e com humidade de 55%.

Nas figura 5.3 são apresentadas as curvas da força em função do deslocamento obtidos nos ensaios de tracção a 90°.

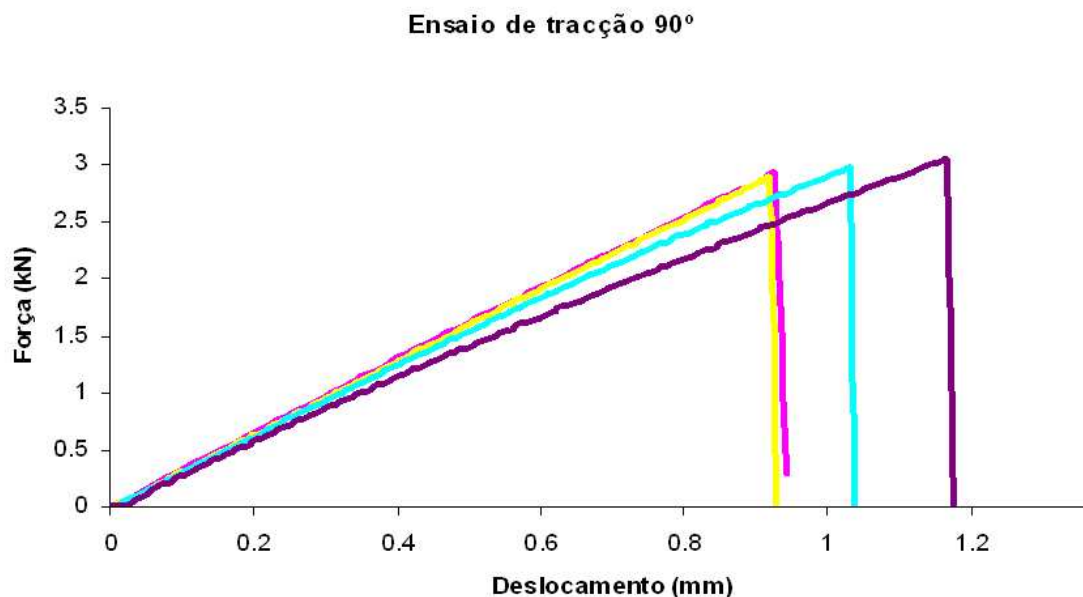


Figura 5.3: Curvas da força em função do deslocamento obtidas no ensaio de tracção a 90° [TC02]

5.1.2 Ensaios de flexão

As características á flexão do material compósito foram obtidas segundoss as recomendações da norma ASTM D 790-71.

Os 6 provetes utilizados para os ensaios de flexão foram obtidos por corte por jacto de água dum laminado de 16 camadas (2 mm nominal) de forma a que a direcção das fibras seja paralela ao eixo longitudinal do provete. O ensaio de flexão foi realizado à temperatura de 20 °C e 55% de humidade, na máquina de ensaios mecânicos INSTRON 4200-A, equipada com um suporte adequado para ensaios de flexão. A velocidade da aplicação da carga foi de 1 mm/min.

O sistema de aquisição de dados permitiu adquirir os valores de força e deslocamento. O ensaio terminou quando o provete partiu.

Na figura 5.4 apresentada-se uma curva típica da força em função do deslocamento para um dos provetes ensaiados à flexão. Nesta figura também é apresentado uma imagem do provete após o ensaio. De notar, que a curva típica carga-deslocamento dos ensaios de flexão efectuados apresentam uma carga ou tensão correspondente ao ponto onde se verifica a primeira não linearidade, e após mais algum tempo de

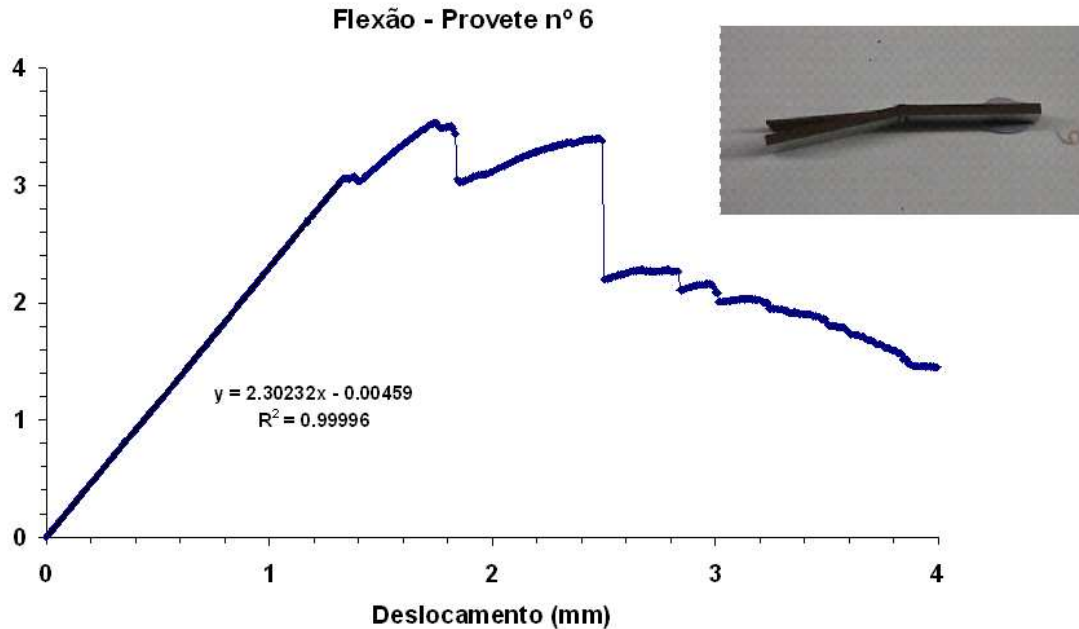


Figura 5.4: Curva força em função do deslocamento obtida para o provete nº6 [TC02]

aplicação da carga, a tensão máxima, correspondente à tensão do colapso da placa. Destes ensaios, foi possível chegar ao valor do módulo de elasticidade à flexão.

5.1.3 Ensaio de corte

As características ao corte do material compósito foram obtidas seguindo as recomendações da norma ASTM D 4255-83.

Os provetes foram concebidos em duas fases. A primeira consistiu no corte do contorno exterior por jacto de água, a partir de uma placa de laminado unidireccional de 16 camadas (2 m nominal), e a segunda consistiu na abertura dos furos onde vão ser aplicados esforços de corte, por intermédio pinos encaixados nos furos.

Os provetes foram instrumentados com 2 extensómetros situados na no centro do provete com um ângulo de 45° em relação ao eixo longitudinal dos provetes.

Os ensaios foram conduzidos na máquina INSTRON 4200-A equipada com um dispositivo adequado para encaixar os provetes, e garantir que o carregamento nos provetes seja corte puro, evitando, portanto, os escorregamentos e os desalinhamentos. Na

norma ASTM D 4255-83 é referido que o carregamento pode ser feito à tracção, no entanto, em compósitos de fibra de carbono, e com base nas especificações indicadas pela norma, partes do dispositivo entram em regime plástico, muito antes da rotura do provete. Por este motivo, os ensaios foram realizados por compressão.

Na figura 5.5 são apresentadas as curvas da força em função do deslocamento obtidas nos ensaios de corte. Com estes ensaios foi possível determinar experimentalmente os

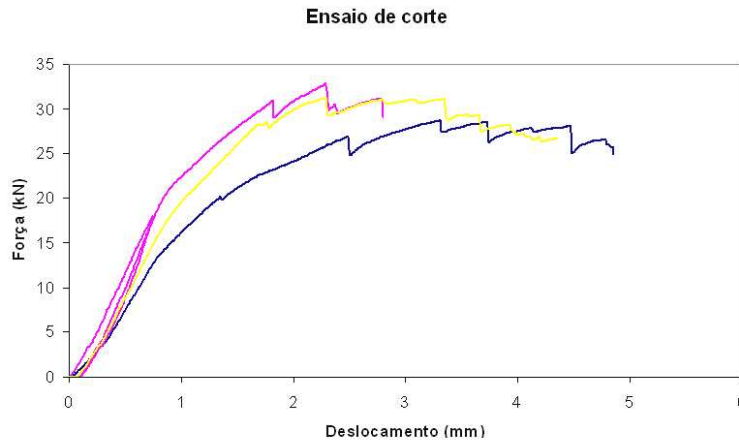


Figura 5.5: Curvas da força em função do deslocamento obtidas nos ensaios de corte

valores da resistência ao corte, S_{12}^c , e o módulo de elasticidade ao corte, G_{12} .

5.1.4 Conclusões

Com base nestes ensaios de caracterização do laminado, realizados no âmbito do projecto POCTI/43525/EME/2000, foi possível chegar aos valores médios indicados na tabela 5.3.

Não foi no entanto possível relalizar, até a data, no âmbito do projecto, os ensaios de compressão para a necessária caracterização do laminado quanto às propriedades e resistência à compressão. Por outro lado, como se pode verificar pela tabela 5.3 valores encontrados referem-se ao plano 12. Por conseguinte, para as propriedades E_{33} , G_{13} , G_{23} , ν_{13} e ν_{23} , bem como os parâmetros X_c , Y_c , Z , Z_c , S_{13}^c e S_{23}^c serão considerados os valores teóricos. As tabelas 5.4 e 5.5 resumem os valores que serão considerados na modelação dos modelos.

Tabela 5.3: Valores médios das propriedades dos laminados

propriedade	Valor
Resistência à tracção longitudinal \mathbf{X} (MPa)	2400
Módulo de elasticidade longitudinal \mathbf{E}_{11} (GPa)	130
Coefficiente de Poisson, ν_{12}	0.33
Resistência à tracção transversal \mathbf{Y} (MPa)	44.5
Módulo de elasticidade transversal \mathbf{E}_2 (GPa)	8.7
Deformação de rotura a tracção transversal ε_{2T} (%)	0.5
Resistência à flexão (MPa)	1133.5
Módulo de elasticidade à flexão (GPa)	90
Resistência ao corte \mathbf{S}_{12}^c (MPa)	43
Modulo de elasticidade ao corte \mathbf{G}_{12} (GPa)	3.53

Tabela 5.4: Propriedades elásticas do laminado

	\mathbf{E}_{11} (GPa)	\mathbf{E}_{22} (GPa)	\mathbf{E}_{33} (GPa)	\mathbf{G}_{12} (GPa)	\mathbf{G}_{13} (GPa)	\mathbf{G}_{23} (GPa)	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
indicados	129	9.5	9.8	4.7	4.7	3.2	0.34	0.34	0.52
a utilizar	130	8.7	9.8	3.53	4.7	3.2	0.33	0.34	0.52

5.2 Geometria dos provetes

Uma consideração importante nos testes e análises das juntas é a selecção do tipo ou método de teste ou análise, tendo em consideração o mecanismo ou modo de rotura que se pretende obter. Para levar a junta a romper através de um determinado mecanismo ou modo de rotura torna-se necessário um projecto específico da junta para um laminado concreto. Ficou anteriormente explícito que os mecanismos de rotura por tracção e por corte são mecanismos de rotura catrastróficas, pelo que devem ser evitadas. Assim, o projecto da junta deve ter a importante consideração de levar a junta a romper pelo mecanismo de esmagamento.

A ocorrência de um modo de rotura em particular é dependente em primeiro lugar da geometria da junta e do empilhamento das camadas do laminado. A possibilidade de ocorrência de um determinado modo de rotura é influenciada pelo diâmetro do furo (D), pela largura do laminado (w), pela distância e - *edge distance*, e pela espessura (t). O tipo do elemento ligador a utilizar também influencia a ocorrência de um modo de rotura particular.

Tabela 5.5: Parâmetros de resistência do laminado

	X (MPa)	X_c (MPa)	Y (MPa)	Y_c (MPa)	Z (MPa)	Z_c (MPa)	S₁₂^c (MPa)	S₁₃^c (MPa)	S₂₃^c (MPa)
indicados	1434	1318	98	215	76	321	79	79	79
a utilizar	2400	1318	44.5	215	76	321	43	79	79

A MIL-HDBK-17-1E [MIL97b] apresenta testes experimentais de juntas *double-shear* e *single-shear* para determinar as suas resistências ao esmagamento. Os resultados podem ser utilizados tanto na selecção dos elementos ligadores mais adequados, como no projecto da junta.

A resistência ao esmagamento é uma função da geometria da junta, da rigidez dos seus membros e do elemento ligador (parafuso ou rebite). Deve-se notar que para a família de laminados ($0^\circ / \pm 45^\circ / 90^\circ$), com 20-40% de camadas a 0° , e 40-60% de camadas a $\pm 45^\circ$, a resistência ao esmagamento é essencialmente constante. A MIL-HDBK-17-

Figura 5.6: Recomendações MIL-HDBK-17-1E [MIL97b]

1E [MIL97b] recomenda geometrias para provetes com vista a obtenção da rotura por esmagamento, como se apresenta na figura 5.6. As dimensões propostas dizem respeito a geometrias *single lap*. Apesar de ser geralmente mais difícil de modelar e de testar que a configuração *double lap*, a configuração dos provetes *single lap* é bastante mais representativa da maior parte das aplicações críticas das juntas aparafusadas na industria aeronáutica. As geometrias *single lap* introduzem tanto cargas de flexão como cargas de corte no elemento ligador, enquanto que as configurações *double lap*

introduzem essencialmente cargas de corte. As geometrias *single lap* introduzem uma maior concentração de tensões ao longo da espessura, pelo que abaixam a resistência ao esmagamento da junta.

Para as geometrias *double lap*, MIL-HDBK-17-1E [MIL97b] recomenda a utilização das relações $w/D = 6$ e $e/D = 3$, pelo que as dimensões das placas individuais são as mesmas que as recomendadas para geometrias *single lap* - ver figura 5.6.

As recomendações geométricas apresentadas na figura 5.6, levam a que a rotura do laminado ocorra por esmagamento.

Com base nestas recomendações, podem-se definir dois modelos geométricos diferentes, o modelo *single lap* ou *single shear* - SS - correspondente à ligação por sobreposição simples, e o modelo *double lap* ou *double shear* - DS - correspondente ao ligação por sobreposição dupla, sobre as quais incidirão todos os estudos a serem efectuados ao longo deste trabalho.

Estas recomendações permitem a definição das geometrias mais convenientes para os ensaios experimentais. Por conseguinte, para a futuras comparações com os resultados experimentais, é de todo o interesse a realização as simulações numéricas com base nestas geometrias.

As geometrias finais destes modelos são sugeridos nas figuras 5.7 e 5.8.

Figura 5.7: Modelo Double Shear - DS

Figura 5.8: Modelo Single Shear - SS

5.3 Modelos de sobreposição dupla

O modelo *Double Shear* é carregado da forma como se indica pela figura 5.9. O carregamento consiste na aplicação de um encastramento na placa central e um deslocamento nas outras placas. Esta forma de carregamento só introduz esforços de membrana ou de tracção nas placas [MIL97b]. Assim, no estudo de um modelo double shear, é suficiente simular a placa central da junta, uma vez que nestas condições, o modelo com as três placas sobrepostas correspondem à uma placa central encastrada e solicitada através de um rebite ou parafuso. A geometria do modelo *Double Shear* a ser simulado, bem como as condições de carregamento encontram-se esquematizadas na figura 5.9.

Dado não existirem esforços de flexão, o elemento ligador para os modelos Double Shear podem perfeitamente ser simulado como uma superfície rígida, uma vez que já se verificou que a rigidez do elemento ligador não tem influência significativa determinação do estado de tensões nos modelos de sobreposição dupla [HK85].

As condições de contacto entre as placas superior e inferior relativamente à placa central, para este modelo não são relevantes. Assim, a única restrição ou condição de contacto a ser imposta nos modelos de sobreposição dupla é o contacto entre um pino rígido e as paredes do furo. O contacto é efectuado sem fricção, e do tipo *small sliding*, isto é, considerando pequenos deslizamentos relativos entre as superfícies. Os modelos

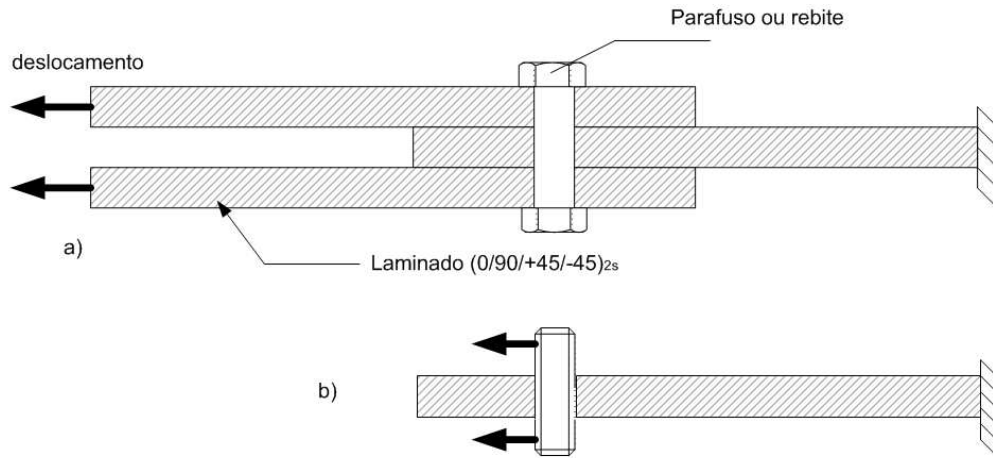


Figura 5.9: Carregamento no modelo DS

Double Shear foram modelados utilizando um elemento por camada, ao longo da espessura, e considerando um plano de simetria a meio da espessura da placa. Assim, a sequência de empilhamento para estes modelos foi $(-45/+45/90/0/-45/+45/90/0)$, uma vez que se consideram condições de simetria na primeira camada -45° . A espessura total das malhas Double Shear a serem analisados é de 1 mm, e considera-se que o deslocamento na direcção da espessura, para os nós pertencentes ao plano de simetria, são restringidos.

A orientação das diferentes camadas é definido considerando que a cada camada corresponde um grupo de elementos.

A degradação das propriedades, em função dos diferentes danos que se verificam ao longo da análise, é feita por intermédio de uma subrotina com a programação do critério de dano de Hashin [Has80]. Para cada nível de carga, esta subrotina é chamada para verificar o dano no laminado e degradar as propriedades em função da ocorrência e do tipo de dano. A verificação do dano consite na aplicação do critério de Hashin [Has80]. Esta subrotina foi desenvolvida com base nas *user subroutines* disponíveis na biblioteca do ABAQUS [aba00a], e no trabalho anteriormente desenvolvido por Camanho *et al.* [CM00].

O elemento escolhido para a geração da malha é o C3D8 (ver Capítulo 3). A justificação para a escolha deste elemento deve-se ao facto de ser o elemento tridimensional do abaqus que introduz o menos número de graus de liberdade à análise, e por conseguinte diminui o peso da análise.

5.3.1 Modelo *double shear* sem inserto - DS

A malha de elementos finitos para o modelo DS - modelo de sobreposição dupla, sem inserto, é composta por 16000 elementos C3D8, 18793 nós, pelo que o número de graus de liberdade total é de 56379.

Pormenores da malha de elementos finitos estão representados na figura 5.10.

Figura 5.10: Pormenores da malha do modelo *Double Shear*: a) Pormenor dos elementos do furo e da zona de contacto; b) Pormenor da placa central; c) Pormenor do empilhamento dos elementos

5.3.2 Modelo *double shear* com inserto - DSI

Por forma a seguir as recomendações MIL-HDBK-17 [MIL97b], isto é, $w/d = 6$ e $e/d = 3$, para a placa laminada, a malha utilizada para o modelo sem inserto terá de ser necessariamente diferente da malha para o modelo com inserto. Assim, optando por um diâmetro do furo, $d = 10\text{mm}$, a largura w e a distância e , *end distance*, são respectivamente 60mm e 30mm. A espessura, t , e o comprimento, L do provete serão os mesmos que no modelo sem inserto.

Tendo em conta que o elemento ligador continua a ser considerado com um diâmetro de 6mm (Parafuso ou rebite M6), a espessura do inserto é de 1.75mm. O inserto metálico é colado entre o elemento ligador e o laminado, por forma a que o contacto se verifique entre o elemento ligador e a superfície interior do inserto. A configuração do inserto, bem como as condições de carregamento estão indicados na figura 5.11. O inserto, colado entre o elemento ligador e o laminado, funciona como o elemento que faz a transferência da carga. Pela mesma razão descrita anteriormente, só é analisada a placa central do modelo de sobreposição dupla, e é considerada apenas o contacto entre uma superfície rígida que modela o elemento ligador, e a superfície interior do inserto.

O material do inserto é o Alumínio, série 2000, cujas propriedades elásticas estão definidas na tabela 5.6. O alumínio é modelado como um material linear elástico.

Para o modelo com inserto, à semelhança do modelo sem inserto, utiliza-se o ele-

Tabela 5.6: Propriedades elásticas do alumínio, série 2000

$E(\text{GPa})$	ν
71	0.32

mento C3D8 gerar a malha de elementos finitos. As condições de simetria, em relação ao plano intermédio, o empilhamento das camadas e a definição da orientação das camadas, definidas anteriormente para o modelo sem inserto, também são definidas para o modelo com inserto.

Para modelar o comportamento do laminado quanto ao dano, e a progressão do dano,

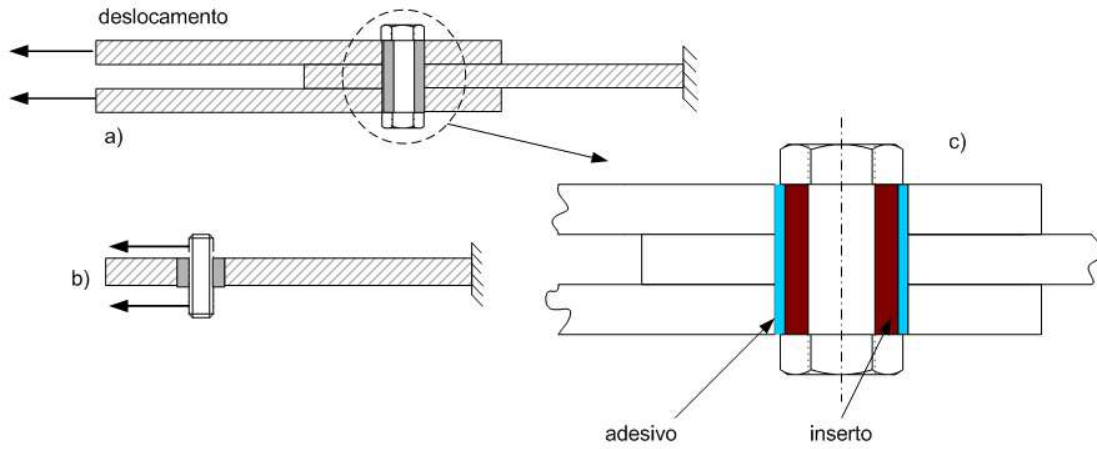


Figura 5.11: Carregamento no modelo DS com inserto, DSINS

o procedimento foi idêntico ao utilizado para o modelo DS.

O adesivo é modelado através de elementos C3D8 de espessura 0.25mm, correspondentes à 1/8 da espessura do inserto, entre o inserto e o lamiando. Considerou-se que a espessura considerada para o adesivo não alteraria as características do problema. O comportamento não linear do adesivo será descrito a seguir (ver secção 5.5). A implementação do comportamento do adesivo é feita utilizando *user subroutines* do ABAQUS [aba00a], e nas propriedades definidas em Camanho *et al.* [CM00].

Pormenor da malha de elementos finitos para este modelo está representado na figura 5.12. A malha é composta por 19200 elementos C3D8, 22357 nós, pelo que o número de graus de liberdade total é de 67071.

Figura 5.12: Pormenor da malha no modelo DS com inserto, DSINS - notam-se os elementos que modelam o inserto e os elementos que modelam o adesivo

5.4 Modelos de sobreposição simples

Os modelos de sobreposição simples têm a particularidade de introduzirem esforços de flexão na junta. Aconselha-se a consideração das características do elemento ligador, uma vez que a flexibilidade da junta é dependente da flexibilidade do elemento ligador [MIL97b]. De resto, a maior parte dos autores que estudaram o comportamento das juntas utilizando configurações de sobreposição simples, modelaram o comportamento do material do elemento ligador [Ire98] [TPK01]. Por conseguinte, para os provetes de sobreposição simples, modela-se um elemento ligador tipo pino, com o objectivo de definir o contacto entre o elemento ligador e a superfície do laminado. Como consequência, os modelos *single shear* tornam-se mais pesados, uma vez que para além de considerarem as duas placas, é necessário modelar o elemento ligador. A solução passa pela utilização de elementos do tipo *solid layered brick* - ver Capítulo 3.

Os elementos *solid layered brick* são definidos criando várias camadas diferentes em cada elemento. Assim vai-se utilizar apenas um elemento ao longo de toda a espessura de cada uma das placas, e em cada elemento são definidas as camadas que compõe o laminado. Para cada placa, o elemento *solid layered brick* que define a espessura

da placa é composto por 16 camadas, correspondentes ao empilhamento $(0^\circ / \pm 45^\circ / 90^\circ)_{2s}$, e considerando as diferentes orientações das camadas. O elemento *solid layered brick* considerado para a modelação das geometrias *single shear* é o C3D20 - ver Capítulo 3.

A definição das propriedades deste elemento é feita por,

```
*SOLID SECTION, ELSET=cfrp, COMPOSITE, STACK DIRECTION=3
```

```
0.125,1,M1,ZERO
```

```
0.125,1,M1,NINETH
```

```
0.125,1,M1,PLUS45
```

```
0.125,1,M1,MINUS45
```

```
0.125,1,M1,ZERO
```

```
0.125,1,M1,NINETH
```

```
0.125,1,M1,PLUS45
```

```
0.125,1,M1,MINUS45
```

```
0.125,1,M1,MINUS45
```

```
0.125,1,M1,PLUS45
```

```
0.125,1,M1,NINETH
```

```
0.125,1,M1,ZERO
```

```
0.125,1,M1,MINUS45
```

```
0.125,1,M1,PLUS45
```

```
0.125,1,M1,NINETH
```

```
0.125,1,M1,ZERO.
```

Ainda com o objetivo de diminuir o peso destes modelos, considerou-se um plano de simetria vertical, por forma a modelar apenas metade da largura do provete. Neste plano de simetria são impostas as restrições de deslocamento ao longo da largura do provete.

As condições de carregamento estão definidas na figura 5.13. Os procedimentos anteriormente utilizados para a implementação do modelo progressivo de dano, e para

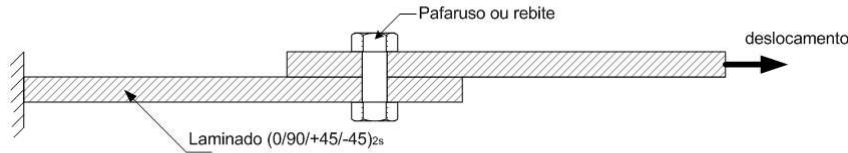


Figura 5.13: Forma de carregamento no Modelo Single Shear - SS

a implementação do comportamento não linear do adesivo, isto é, com base nas *user subroutines* do ABAQUS [aba00a], também são utilizados para os modelos de sobreposição simples.

O pino foi modelado como um cilindro ôco cujo material é o alumínio, de série 2000 (ver tabela 5.6), tendo naturalmente em consideração a extrapolação das propriedades de um cilindro espesso para um cilindro ôco. O seu comportamento foi considerado como linear elástico.

O contacto é definido entre as duas placas - a superior e a inferior, e entre a superfície do elemento ligador e a superfície dos furos da placa superior e da placa inferior.

5.4.1 Modelo *single shear* sem inserto - SS

A geometria do provete *single shear* sem inserto é dada pela figura 5.8, com base nas recomendações MIL-HDBK-17 [MIL97b], isto é, $w/d = 6$ e $e/d = 3$. Será analisada apenas metade do provete considerando a existência de um plano de simetria vertical, como foi explicada anteriormente. Pormenores da malha de elementos finitos, e da geometria do modelo analisado, são apresentados na figura 5.14.

O modelo *single shear* sem inserto é gerado a partir de uma malha constituída por 3200 elementos *solid layered brick*, e 26642 nós, pelo que o número de graus de liberdade total do modelo é de 79926. Cada um dos elementos é composto por 27 pontos de integração e 16 *section points* (um *section point* por camada).

Figura 5.14: Aspecto e pormenor da malha do modelo *Single Shear* sem inserto

5.4.2 Modelos *single shear* com inserto - SSI1, SSI2 e SSI3

Para os modelos com inserto, considerou-se um furo no laminado de diâmetro 10mm, pelo que, segunda as recomendações MIL-HDBK-17 [MIL97b], a largura do provete, w , e a distância e , *end distance*, são respectivamente 60mm e 30mm. A espessura, t , e o comprimento, L do provete serão os mesmos que no modelo sem inserto. O elemento ligador a ser considerado continua a ter 6mm de diâmetro (parafuso ou rebite M6). A espessura do inserto a ser colado entre o elemento ligador e o laminado é de 1.75mm.

Consideram-se três tipos de inserto para verificar as influências de diferentes geometrias no comportamento da junta com insertos colados. Os três tipos estão esquematizados na figura 5.15.

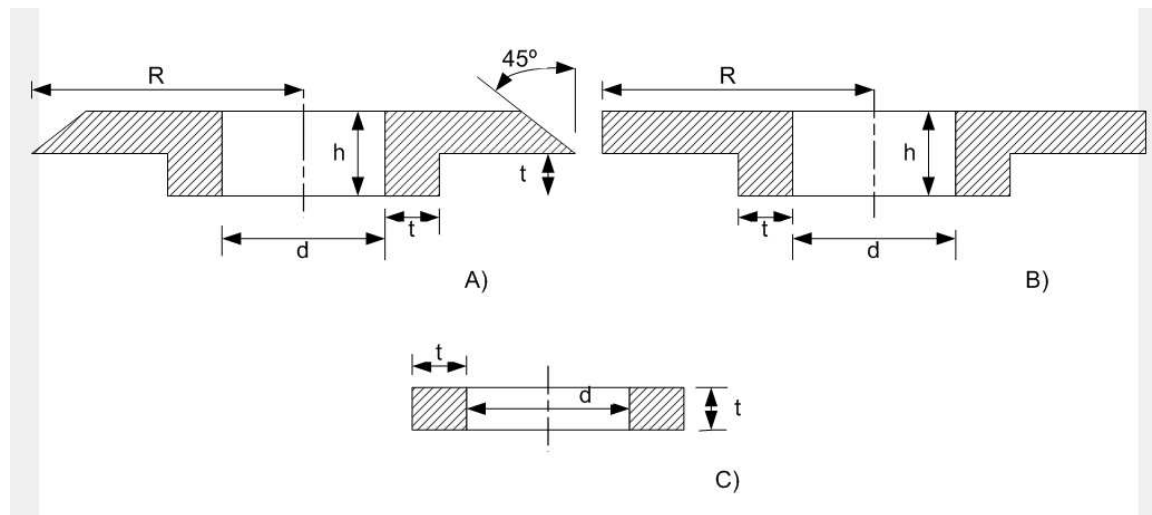


Figura 5.15: Diferentes tipos de insertos aplicados nos modelos SS; a) Tipo I, b) Tipo II, e c) Tipo III

Considerando estes três tipos de insertos, foram criados três modelos: os modelos SSI1, SSI2 e SSI3, correspondentes à aplicação dos insertos do tipo I, tipo II e tipo III, respectivamente.

O carregamento é efectuado pelo mesmo processo descrito para o modelo *single shear* sem inserto. A montagem dos insertos é efectuada como se indica pela figura 5.16.

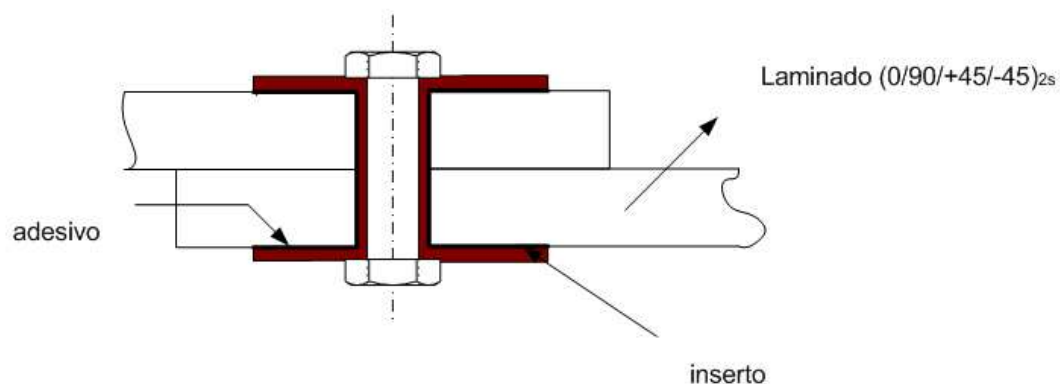


Figura 5.16: Modelo Single Shear com a aplicação do inserto - SSINS

A colagem dos insertos ao laminado é efectuada por intermédio de uma camada de adesivo que se considerou de espessura 0.25mm, correspondente a 1/8 da espessura

dos insertos. Por conseguinte, as dimensões consideradas para os insertos apresentam-se na tabela 5.7.

Tabela 5.7: Dimensões dos insertos

Inserto	R(mm)	d(mm)	h(mm)	t(mm)
Tipo 1	10	6	4	1.75
Tipo 2	10	6	4	1.75
Tipo 3		6	4	1.75

O material dos insertos é o Alumínio, série 2000, cujas propriedades elásticas foram definidas na tabela 5.6, e foi considerado um comportamento linear elástico. Para a geração da malha de elementos finitos foram consideradas as mesmas condições de equilíbrio consideradas para o modelo SS, e foram também utilizados os elementos *solid layered brick* C3D20 do ABAQUS [aba00a]. Nas figuras 5.17, 5.18 e 5.19, apresentam-se pormenores das malhas de elementos finitos para os modelos SSI1, SSI2 e SSI3, respectivamente.

Na tabela 5.8 resumem-se as características das malhas para os três modelos.

Tabela 5.8: Características das malhas de elementos finitos para os modelos SSI1, SSI2 e SSI3.

Modelo	Nº de elementos	Nº de nós	G.D.L.
SSI1	6800	38189	114567
SSI2	6800	39165	117495
SSI3	3680	24743	74229

5.5 Simulação do comportamento do adesivo

Como foi referido anteriormente, o uso da técnica de colagem de insertos metálicos é uma técnica promissora para o aumento da eficiência das ligações das juntas em laminados compósitos. Por conseguinte, o comportamento do adesivo deve ser considerado na análise para determinar completamente as condições do aumento da eficiência das juntas.

O material que constitui o adesivo é a resina epoxy. É demonstrável que a plasticificação das resinas epoxy depende tanto das tensões hidrostáticas como das tensões de

Figura 5.17: Pormenor da malha de elementos finitos para o modelo *Single Shear* com o inserto do tipo I

desvio [Ada87]. Como consequência, tensões uniaxiais de compressão são diferentes das tensões uniaxiais de tracção. Um dos critérios de cedência mais utilizados é o critério de Raghava [RCY73], para materiais como o epoxy,

$$2\sigma_Y^C\sigma_Y^T = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 2(\sigma_Y^C - \sigma_Y^T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (5.5.1)$$

em que σ_1 , σ_2 e σ_3 são as tensões principais, e σ_Y^C e σ_Y^T são as tensões de cedência à compressão e à tracção, respectivamente.

O critério de Raghava [RCY73] pode ser implementado no ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a] utilizando o critério exponencial de Drucker-Prager na forma quadrática. No entanto, uma correlação entre as propriedades do material requeridas pelo ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a] e as informações experimentais deve ser considerada.

Um critério de cedência geral implementado em ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a] tem a seguinte forma,

$$aq^b - p_h - p_t = 0 \quad (5.5.2)$$

em que a e b são parâmetros do material, p_t é o parâmetro de endurecimento, e p_h e q são a tensão hidrostática equivalente e a tensão de Von Mises equivalente, respectivamente,

$$p_h = - \sum_{i=1}^3 \frac{\sigma_i}{3} \quad (5.5.3)$$

Figura 5.18: Pormenor da malha de elementos finitos para o modelo *Single Shear* com o inserto do tipo II

Figura 5.19: Pormenor da malha de elementos finitos para o modelo *Single Shear* com o inserto do tipo III

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (5.5.4)$$

b define a ordem do exponencial. Considera-se $b = 2$. A partir das equações 5.5.2, 5.5.3 e 5.5.4,

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + \frac{2}{3a}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - \frac{2}{a}p_t = 0 \quad (5.5.5)$$

Comparando a equação refade5 com a equação 5.5.1, conclui-se que quando $b = 2$ o critério exponencial de Drucker-Prager é equivalente ao critério de cedência de

Raghava [RCY73]. De 5.5.1 e 5.5.5,

$$a = \frac{1}{3(\sigma_Y^C - \sigma_Y^T)} \quad (5.5.6)$$

$$p_t = a\sigma_Y^C\sigma_Y^T = \frac{\sigma_Y^C\sigma_Y^T}{3(\sigma_Y^C - \sigma_Y^T)} \quad (5.5.7)$$

O adesivo epoxy, Redux 319, é utilizado neste estudo. As propriedades típicas deste adesivo foram obtidas em trabalhos anteriores, e estão apresentados na Tabela 5.9. Utilizando as propriedades do adesivo tabeladas, a partir de 5.5.6, $a = 3.2 \times 10^{-8} Pa^{-1}$.

Tabela 5.9: Propriedades do adesivo

	E (GPa)	ν	σ_Y^T (MPa)	σ_Y^C (MPa)	γ^u
Redux 319	3.78	0.4	34.7	45.1	0.0063

Para conhecer a rotura do adesivo, é necessário modelar o seu comportamento após a plastificação. Foi considerado que o vector fluxo não associado é adequado para representar o comportamento das resinas epoxy. Considerando que a deformação plástica é incompressível, o ângulo de dilatação do adesivo é nulo e o potencial plástico implementado em ABAQUS [aba00c] [aba00b] [aba00a] transforma-se na tensão equivalente de Von Misses, q .

A curva tensão-deformação do comportamento do adesivo, que é um dos parâmetros de entrada para a definição do comportamento plástico, foi obtido experimentalmente por Charalambides et al [CHKM98] e está apresentado na figura 5.20

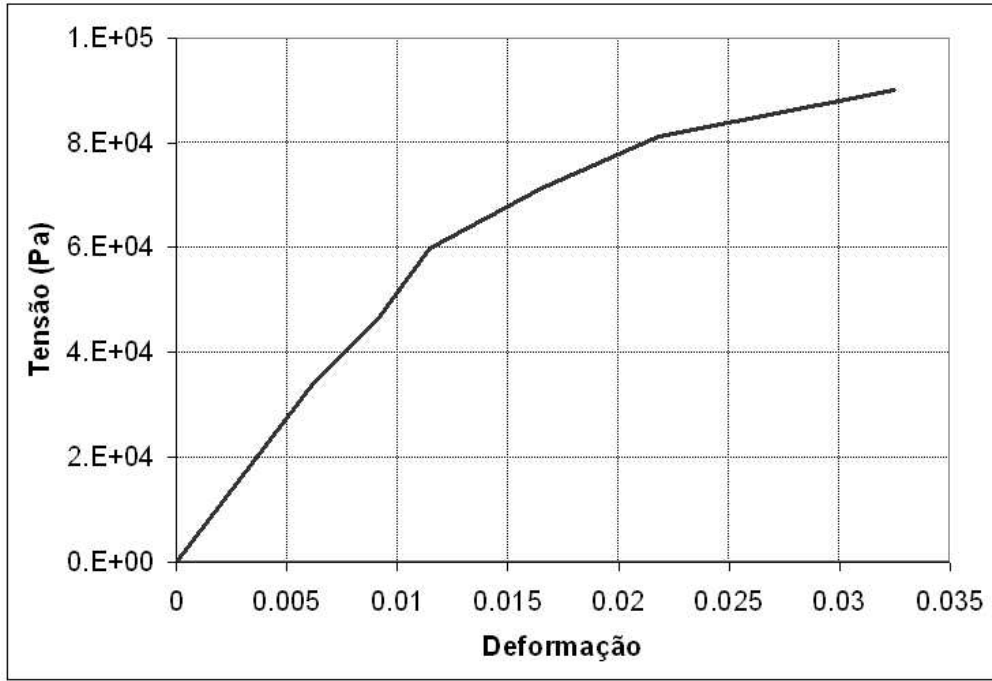


Figura 5.20: Curva tensão-deformação do adesivo

A informação acima é utilizada para definir uma série de pontos na curva tensão-deformação, e permitir a sua implementação nos modelos. Baseado em trabalhos anteriores [CKM98], é considerado que o adesivo atinge a rotura quando a deformação plástica equivalente atinge os 0.0063. A deformação plástica equivalente é definida por,

$$\gamma = \bar{\varepsilon}_0^{pl} + \int \frac{1}{\sigma_Y^T} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl} \quad (5.5.8)$$

em que $\bar{\varepsilon}_0^{pl}$ é deformação plástica equivalente inicial - zero, considerando os modelos em estudo.

A solução para o problema não linear é conseguida através da utilização do método de Newton, descrito anteriormente.

Capítulo 6

Análise e discussão dos resultados

Os modelos de sobreposição dupla (DS e DSI) e de sobreposição simples (SS, SSI1, SSI2 e SSI3) - ver Capítulo 5, foram criados com base nas especificações e recomendações da MIL-HDBK-17 [MIL97b] por forma a simular o comportamento da junta ao esmagamento.

Por conseguinte, a análise dos resultados consiste na análise da resposta ao esmagamento das juntas de sobreposição dupla e das juntas de sobreposição simples, sujeitas a carregamentos de tracção na direcção longitudinal dos provetes. A análise passa pela determinação dos parâmetros de rigidez e de resistência da junta [MIL97b], como são os casos de:

- rigidez ao esmagamento da junta, E^b , que é medida entre dois pontos de tensões de esmagamento ou deformações de esmagamento específicos, na parte linear da curva da tensão de esmagamento/deformação de esmagamento;
- a carga de esmagamento total suportada pelo provete de esmagamento, ou carga de rotura da junta, P_{max} ;
- a deformação de esmagamento, ϵ^b , que é a deformação normalizada do furo, igual ao quociente da deformação do furo na direcção da carga de esmagamento pelo diâmetro do furo;
- a resistência ao esmagamento, S_b^{max} , que é o valor da tensão de esmagamento correspondente à carga máxima admissível, em muitos casos verificada quando há ocorrência de algum fenómeno particular na curva tensão de esmagamento

versus deformação de esmagamento. Dois tipos de resistência ao esmagamento podem ser calculados: a resistência limite à uma determinada percentagem da deformação, e a tensão de rotura da junta;

- a tensão de esmagamento, S_b ;
- a resistência limite à uma determinada percentagem da deformação, S_{bro} , que é o valor da tensão de esmagamento no ponto onde a paralela à linha de rigidez linear, a uma distância correspondente a um valor específico da deformação, intersecta curva tensão de esmagamento *versus* deformação de esmagamento. A distância da paralela à linha de rigidez linear é normalmente considerada como 2% da deformação do furo;

A determinação da resistência da junta, depende no entanto do conceito de rotura final da junta. É em função deste conceito que são definidos parâmetros como a carga máxima admissível, P_{max} , ou a resistência máxima, S_b^{max} . Como foi visto no Capítulo 2, este conceito pode variar entre vários autores, pelo que este pode variar deste a carga máxima suportada pela junta, à critérios baseados na deformação da junta. A definição deste último tipo de critério é mais consensual entre os diversos autores [MKG82], mas no entanto há uma discordância em relação aos valores percentuais da deformação do furo que devem ser usados como critério de rotura da junta. Outras definições, como por exemplo, o primeiro pico, ou a primeira não linearidade na curva carga *versus* deslocamento foram sugeridos por outros autores [JM79].

A abordagem que é seguida neste trabalho é baseado no conceito da primeira não linearidade, de Johnson and Matthews [JM79], uma vez que considera-se que quando a curva carga *versus* deslocamento atinge o patamar da primeira não linearidade há uma mudança do comportamento da junta, que corresponde a uma degradação das suas características.

O modo de esmagamento é um modo é definido como um modo progressivo de dano, que ocorre quando o laminado não é capaz de suportar maior acumulação do dano. Por conseguinte, é grande a importância do conhecimento da evolução dos diferentes

tipos de dano considerados, para a resistência e rigidez das juntas.

O comportamento das juntas com inserto, introduzem outros elementos, como o inserto e o adesivo, que serão de importância fulcral para determinar a resistência e a rigidez das juntas. Portanto, para estes modelos, a resistência e a rigidez não dependem somente dos parâmetros relacionados aos modelos sem inserto, mas também do comportamento do adesivo e do inserto. Em termos computacionais, introduzem-se mais variáveis.

Nas secções seguintes, descreve-se o comportamento dos modelos estudados, depois de se ter em especial atenção a validação experimental dos resultados previstos.

6.1 Resultados experimentais: validação da previsão do comportamento das juntas

Para a validação dos resultados previstos a partir das simulações numéricas, foram efectuados, no âmbito do projecto POCTI/43525/EME/2000, alguns testes experimentais. Os ensaios de caracterização do laminado foram descritos anteriormente (ver Capítulo 5. Previstas as respostas do comportamento das juntas ao esmagamento, é de grande importância a validação dos resultados previstos utilizando os testes experimentais, com as mesmas especificações utilizadas na modelação numérica. No âmbito do projecto, só foi possível proceder ao teste de uma junta de sobreposição dupla, sem a utilização de insertos metálicos. Portanto, torna-se possível validar o comportamento previsto para a junta correspondente ao modelo DS. Interessa, a seguir, descrever de uma forma breve os procedimentos utilizados no teste da junta de sobreposição dupla, sem inserto.

Quando se efectuam testes experimentais envolvendo materiais compósitos, a interpretação dos resultados depende consideravelmente do método utilizado para gerar a resposta carga *versus* deslocamento. A medição da carga pode ser feita de forma

exacta medindo directamente o seu valor a partir da célula de carga, ou do dispositivo da aplicação da carga. No entanto, os deslocamentos são medidos através de extensómetros e LVDTs (transdutores de deslocamentos de impedância variável). Os problemas não se verificam directamente com os extensómetros ou os LVDTs, mas sim com a escolha dos pontos de referência para os quais serão medidos os valores relativos dos deslocamentos. Naturalmente, os valores das deformações são dependentes dos valores lidos por estes elementos e a escolha dos pontos de referência de uma forma arbitrária leva a resultados diferentes, para fontes diferentes.

Na execução de testes experimentais, há factores que são de grande importância para a obtenção dos melhores resultados: os métodos da preparação e o fabrico dos provetes, a preparação dos provete para os ensaios (limpeza e conservação), as condições ambientais de temperatura e humidade, os sistemas de fixação e alinhamento dos provetes e a velocidade do teste. A resposta da junta ao esmagamento é sensível à deficiências de fabrico, como por exemplo um deficiente alinhamento das fibras, danos que podem ocorrer na maquinação dos furos, como por exemplo a delaminação, e deficiências na colocação dos elementos ligadores ou do pino. Por conseguinte, o alinhamento das fibras em relação aos eixos coordenados do provete devem ser mantidos da forma mais rigorosa, bem como a adequada preparação dos furos. As superfícies de contacto e de acoplamento devem-se manter limpas, para evitar influências nos resultados finais.

Estas considerações, sugeridas pela norma ASTM D 5961 foram tidas em consideração no fabrico e preparação dos provetes para os ensaios [TC02].

O dispositivo utilizado para o teste dos provetes *double shear* é baseado na norma ASTM D5961, e no dispositivo proposto no trabalho desenvolvido por Vangrimde and Boukhili [VB02], é esquematizado na figura 6.1. O dispositivo foi produzido em aço com pequena percentagem em carbono. Na figura 6.1, (1) é a ligação à célula de carga, (2) é um grampo em U, (3) é um dispositivo tipo pino, que faz a transferência de carga da célula de carga para as placas em (4), (4) são dispositivos de placa, (5) a armação do LVDT, (6) o parafuso ou o pino que aplicam a carga no provete, (7) que é o dispositivo de fixação do LVDT, (8) a haste do LVDT, (9) o provete, (10) o

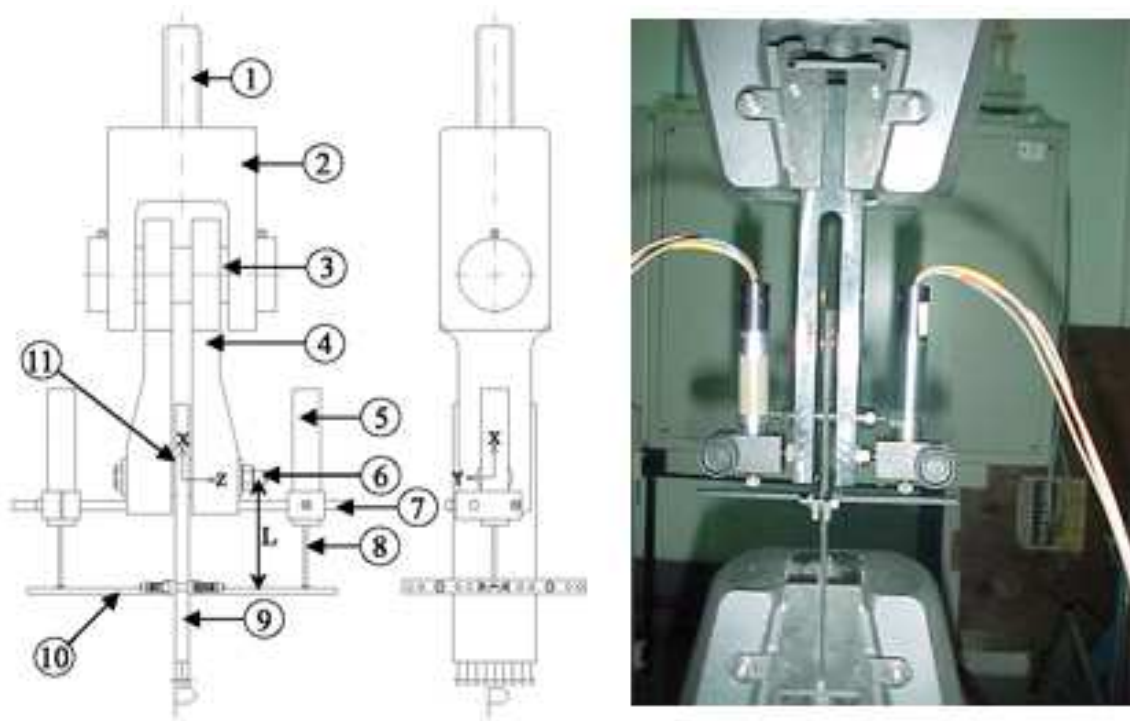


Figura 6.1: Dispositivo utilizado para a amarração e leitura dos deslocamentos [TC02], baseado em Vangrimde and Boukhili [VB02]

dispositivo para a marcação do ponto de referência do LVDT no provete, e (11) as anilhas.

Este dispositivo é fixado à célula de carga da máquina universal de ensaios mecânicos INSTRON 4200-A. Através do sistema de amarração na parte inferior do provete, é aplicada uma velocidade de deslocamento constante de 2 mm/min. Para a medição da deformação do provete, dois LVDTs foram utilizados. Um pequeno gancho foi fixado ao provete à uma distância L do centro do furo, como se indica na figura 6.1. Estes pequenos ganchos estão ligados à varreta ou haste dos LVDTs, e permite ler os deslocamentos relativos entre o centro do furo e os pontos de referência situados à distância L do centro do furo.

A norma ASTM D 5961 define um método normalizado de teste para a análise da resposta ao esmagamento dos compósitos laminados de matriz polimérica. No entanto, não é definido a localização exacta dos pontos de referência, e por conseguinte, não

define qual deve ser a distância exacta L .

Nos testes aos provetes, tanto a carga aplicada como a deformação do furo associada são monitorizados. O provete é carregado até ser encontrado claramente a carga máxima, a partir do qual o teste deve ser terminado para evitar o desfargamento do modo de rotura real, através de elevadas ditorções do furo. A curva tensão de esmagamento *versus* deformação do esmagamento deve ser representado, a resistência máxima ao esmagamento e a rigidez ao esmagamento, são três dos parâmetros mais importante resultantes dos testes de esmagamento.

O valor dos deslocamentos do provete é dado a partir da média dos valores apresentados pelos dois LVDTs, como se apresenta na equação 6.1.1, sendo que δ simboliza o deslocamento relativo entre os pontos à distância L .

$$\delta_{total} = \left(\frac{\delta_{LVDT1} + \delta_{LVDT2}}{2} \right) \quad (6.1.1)$$

De acordo com a norma ASTM D5961, seis provetes foram inicialmente ensaiados. As geometria e o *lay-out* (ou empilhamento) destes provetes estavam de acordo com as especificações do modelo DS utilizado na previsão dos resultados.

Foram colocados anilhas entre a placa do provete e as placas do dispositivo de fixação, por recomendação da norma, embora este elemento não tenha sido considerado na análise numérica da previsão dos resultados. Uma folga de 0.3 mm, de acordo com as especificações da norma ASTM D5961, entre o pino e o laminado, foi considerado. O teste devem ser feito em condições laboratorias de temperatura ambiente, 25°C, e em condições de humidade relativa de 50%. O teste é feito à uma velocidade de 2 mm/min.

Dos seis provetes ensaiados, o primeiro não foi considerado para a análise, uma vez que se verificou um escorregamento entre a amarra e o provete, o que segundo a norma, inutiliza os resultados encontrados. Um promenor de um dos provetes ensaiados apresenta-se na figura 6.2, em que se pode notar perfeitamente o alongamento do furo, devido à pressão de esmagamento exercida pelo pino, bem como um acumular do dano na vizinhança do furo.

A distância L utilizada para definir os pontos de referência, na leitura dos resultados

Figura 6.2: Pormenor do provete utilizado no ensaio de esmagamento [TC02]

através dos LVDTs, foi de 39 mm, medido desde o centro do furo - ver figura 6.3. Não

Figura 6.3: Pormenor da leitura dos valores do deslocamento relativo, utilizando o LVDT

foi, no entanto possível, determinar experimentalmente o deslocamento absoluto do pino. Por conseguinte, para ser possível comparar os resultados obtidos, e validar a previsão do comportamento da junta ao esmagamento, é necessária uma comparação entre as mesmas grandezas.

A resposta da junta, experimentalmente, é dada através de uma curva tensão de esmagamento *versus* deformação de esmagamento. A curva carga *versus* deslocamento traduz o mesmo comportamento quanto à resistência e rigidez da junta. Tendo em conta que o deslocamento medido pelo LVDT é relativo entre dois pontos, é necessário comparar os resultados experimentais com a previsão numérica, considerando em termos numéricos o deslocamento entre dois pontos do modelo numérico. Essa comparação poderá ser feita entre dois pontos conhecidos do modelo, como por exemplo, nós ou centroides de elementos. Verifica-se, entretanto, para o modelo DS, à uma distância de 39 mm do centro do furo, os elementos da malha considerada já possuem uma dimensão considerável, pelo que não é possível ter nenhum nó ou centroide como referência. Numéricamente, é possível determinar o deslocamentos absoluto, em relação ao ponto C - de fixação do provete, do ponto A. O deslocamento em B, pode no entanto ser calculado, aproximadamente, utilizando o teorema do Castigliano [BJ81].

A energia de deformação de um corpo sujeito apenas a cargas normais ou axiais, é dada pela equação 6.1.2 [BJ81],

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{P^2}{EA} dx \quad (6.1.2)$$

sendo que x é o sentido da aplicação da carga, P é a carga aplicada, l é comprimento do provete, E é o módulo de rigidez na direcção da aplicação da carga, e A é a área da secção do provete. O deslocamento ao longo de l , aplicando o teorema do Castigliano [BJ81], é obtido derivando a energia de deformação em relação a P , isto é, $\delta_x = \partial U / \partial P$. O deslocamento ao longo do eixo longitudinal (direcção x) do provete é dado pela equação 6.1.3.

$$\delta(x) = \frac{P}{EA} x \quad (6.1.3)$$

O deslocamento relativo medido pelo LVDT, em termos numéricos é traduzido pela equação 6.1.4.

$$\delta_{LVDT} = \delta_A - \delta_B \quad (6.1.4)$$

O deslocamento δ_B é calculado com base na equação 6.1.3. O valor da área é de $72mm^2$, e o valor do módulo de elasticidade é facilmente calculado, considerando que o laminado é quasi-isotrópico, ou utilizando a teoria clássica dos laminados [Str89]. O seu valor é $E_x = 49.04GPa$. O valor do deslocamento em B, δ_B , pode ser computado em função da evolução da carga, para o ponto de coordenada $x = 43mm$. Assim, é possível obter numericamente a evolução da carga em função da evolução do deslocamento relativo.

Na figura 6.4 apresenta-se a previsão do comportamento da junta, em função do deslocamento relativo do LVDT. Esta previsão é comparada com o comportamento verificado nos testes experimentais efectuados a cinco provetes *double shear*.

As curvas da resposta ao esmagamento começam por crescer de uma forma linear,

Figura 6.4: Comparação entre os resultados do modelo DS e Experimentais [TC02]

ou quase linear no casos dos testes experimentais, até um ponto da carga em que se verifica uma primeira não linearidade (1ªNL). A identificação deste ponto é bastante evidente para alguns provetes, mas para outros provetes e para o modelo DS, esta identificação é algo mais ambígua.

A norma ASTM D5961, bem como as recomendações MIL-HDBK-17 [MIL97b] definem o parâmetro da tensão limite a 2% da deformação do furo. Este parâmetro pode ser utilizado para definir mais claramente o ponto da primeira não linearidade. Como ficou dito anteriormente, a medição deste parâmetro consiste em intersectar uma recta paralela à linha de rigidez constante (linha de comportamento linear) e que dista (na horizontal) a 2% desta, com a curva da resposta ao esmagamento. Este valor corresponde a carga da 1ª NL, ou à tensão ou resistência de esmagamento limite a 2%. A carga correspondente a 1ª NL foi então determinada como sendo 6182.0N, para os provetes e de 6024.0N para o modelo DS. A discrepância entre os valores experimentais e numéricos, para a 1ª NL é de 2.56% - ver tabela 6.1.

É definido um parâmetro % dr que corresponde à percentagem da razão entre deslocamento relativo, medido por $\delta_{LVDT} = \delta_A - \delta_B$, e o diâmetro do furo (6mm) - ver equação 6.1.5.

$$\%dr = \frac{\delta_{LVDT}}{d} \cdot 100\% = \frac{\delta_A - \delta_B}{d} \cdot 100\% \quad (6.1.5)$$

Os gráficos da figura 6.4 mostram que os resultados previstos (modelo DS) apresentam uma excelente aproximação aos resultados experimentais obtidos, o que valida os procedimentos utilizados na criação do modelo DS. Outra comparação é efectuada na tabela 6.1, para os valores de dr de 2%, 4% e para a primeira não linearidade (correspondente a 3% de dr). Os erros relativos são respectivamente 9.24%, 0.89% e 2.56%. Verifica-se ainda, que à medida que aumenta-se o valor de dr , há uma tendência na diminuição do erro relativo. Este facto pode ser explicado por pequenos escorregamentos e deslizamentos no sistema de amarração que se poderão verificar nos testes experimentais. Em conclusão, o grau de exactidão destes resultados legitima

Tabela 6.1: Comparação dos valores da carga, para diferentes valores de % dr , entre os resultados experimentais e o modelo DS

	carga a 2% dr	carga 1ªNL (3% dr)	carga a 4% dr
(1) Experimental (LVDT) [TC02]	4000.0 N	6182.0 N	6820.0 N
(2) Modelo DS	4369.6 N	6024.0 N	6880.9 N
$Erro(\%) = \frac{ (1)-(2) }{(1)} \cdot 100\%$	9.24%	2.56%	0.89%

os resultados dos outros modelos, dado que os processos foram idênticos.

6.2 Parâmetros de resistência e rigidez: modelos sem inserto

Os parâmetros de resistência e de rigidez que caracterizam as juntas ligadas através de EMD estão definidos na norma ASTM D5961 e em MIL-HDBK-17 [MIL97b]. Interessa documentar os valores das rigidez das juntas, E^b , em função da tensão de esmagamento e da deformação de esmagamento, os valores da carga máxima suportada pela junta (ou a carga de rotura), P_{max} , e a resistência ao esmagamento, S_b^{max} .

6.2.1 Modelo de sobreposição dupla - DS. Propagação dos danos

O comportamento ao esmagamento da junta de sobreposição dupla, sem inserto, foi apresentada na figura 6.4.

A carga máxima suportada pela junta, P_{max} , será considerada como a carga referente à primeira não linearidade (1ªNL), apesar da junta suportar carga adicional. Esta foi a abordagem seguida por Johnson and Matthews [JM79], justificada pelo facto de ser o ponto onde o comportamento da junta é alterado. Para o modelo DS, a carga P_{max} é de 6024.0 N. A resistência da junta, S_b^{max} é então pela equação 6.2.1,

$$S_b^{max} = \frac{P_{max}}{td} \quad (6.2.1)$$

e o seu valor, para o modelo DS é de 502 MPa.

De acordo com a ASTM D5961, a deformação da junta é determinada pela equação 6.2.2,

$$\epsilon^b = \frac{\delta}{kd} \quad (6.2.2)$$

em que δ é o deslocamento do provete, que pode ser medido em termos absolutos (em relação ao ponto fixo), ou entre dois pontos, nomeadamente os pontos de referência

do LVDT, d é o diâmetro do furo, e k é um factor geométrico que é 1.0 para provetes *double shear*, e 2.0 para provetes *single shear*. Com base na deformação ϵ_b , a rigidez da junta é dada pela equação 6.2.3,

$$E^b = \frac{\Delta S_b}{\Delta \epsilon^b} \quad (6.2.3)$$

em que ΔS_b representa a variação da tensão de esmagamento entre dois pontos da parte linear da curva tensão *versus* deformação, e $\Delta \epsilon^b$ representa a deformação de esmagamento entre os mesmos dois pontos. Dada as relações existentes entre S_b e P , e entre ϵ^b e δ , a rigidez das juntas poderá ser calculada através da curva carga *versus* deslocamento, utilizando a equação 6.2.4.

$$E^b = \frac{\Delta P \cdot k}{\delta \cdot t} \quad (6.2.4)$$

A rigidez calculada para o modelo DS é de aproximadamente 14 GPa, considerando o deslocamento absoluto do pino.

Para os tipos de dano considerados nos modelos de propagação do dano - ver Capítulo 5, o aparecimento e progressão destes dano influência fortemente a resposta ao esmagamento da junta. Para o modelo DS, indica-se na tabela 6.2 as cargas correspondentes ao surgimento dos quatro tipos de dano considerados, bem como a camada correspondente. A fissuração da matriz à tracção aparece para uma carga

Tabela 6.2: Indicação da carga, da camada e da %dp, para o início de cada tipo de dano - modelo DS

Tipo de dano	Carga do início do dano(N)	%dp	camada correspondente
Fissuração da matriz à tracção	2460.68	1.42%	0°
Rotura das fibras por tracção	2460.68	1.42%	+45°
Fissuração da matriz por compressão	2460.68	1.42%	-45°
Rotura das fibras por compressão	4825.48	2.83%	0°

de 2860.68 N, e para a camada de orientação 0°. É definido um parâmetro %dp, que

é a relação entre o deslocamento do pino (absoluto) e o diâmetro do furo, em termos percentuais - ver equação 6.2.5.

$$\%dp = \frac{\delta_{pin}}{d} \quad (6.2.5)$$

A fissuração da matriz inicia-se, portanto, a um deslocamento do pino correspondente a 1.42% do diâmetro do furo (lembra-se $d = 6mm$). A rotura das fibras por tracção, surge para o mesmo valor de deslocamento, portanto para a mesma carga, mas numa camada a $+45^\circ$. A fissuração da matriz por compressão verifica-se à mesma carga, para a camada a -45° . O único dano que se inicia posteriormente é a rotura das fibras por compressão, a uma carga de 4825.48 N, correspondente a um deslocamento de 2.83% do diâmetro do furo.

Na figura 6.5 identificam-se os pontos da curva carga *versus* deslocamento onde se iniciam os danos. Note-se que a 1ªNL da curva só é atingida após o início dos quatro tipos de dano.

Nas figuras 6.6, 6.7, 6.8 e 6.9, apresenta-se a evolução dos quatro tipos de dano,

Figura 6.5: Indicação gráfica dos pontos correspondentes ao início do dano - modelo DS

para as quatro orientações diferentes das camadas. A evolução é apresentada para

três cargas diferentes, que correspondem a três $\%dp$ diferentes. Para $\%dp = 2\%$, a análise corresponde à parte linear da curva, portanto, anterior ao aparecimento da 1ªNL. $\%dp = 3.7\%$ corresponde à carga da primeira não linearidade, e $\%dp = 5\%$ corresponde a uma zona pós 1ªNL.

A fissuração da matriz, tanto à tracção como à compressão, é caracterizado por microfissuras junto à zona de concentração de tensões, provocada pelo furo. Estas microfissuras são subcríticas para a ruína, já que geralmente aparecem antes da rotura das fibras [Ire99], e o seu crescimento é impedido pela presença das fibras (dado ficarem confinadas entre as fibras). A figura ?? tenta ilustrar os diferentes tipos de dano. A densidade das fissuras na matriz aumenta com o aumento da carga aplicada, até ao ponto de se formar uma rotura fibra-matriz, por junção de várias pequenas fissuras. A evolução da fissuração da matriz à tracção, verifica-se de forma mais extensa na direcção das fibras (para todas as camada), enquanto que a evolução da fissuração na matriz em compressão, verifica-se de forma mais extensa na direcção perpendicular às fibras. Este facto pode ser justificado pelo confinamento das fissuras entre fibras, nas zonas de maior concentração de tensão. A extensão da fissuração na matriz em tracção é maior do que a extensão da fissuração por compressão - ver figuras 6.6, 6.7, 6.8 e 6.9.

A fractura ou rotura das fibras ocorre por tracção ou por compressão. A rotura das fibras à tracção verifica-se para as fibras sujeitas a maiores cargas de tracção. Na rotura das fibras por compressão, geralmente existe um mecanismo de iniciação como pro exemplo a micro-encurvatura das fibras. Este tipo de dano surge nas zonas de concentração de tensões de compressão, e evolui de forma concentrada ao longo da direcção das fibras, ao contrário do que acontece na rotura por tracção. É um tipo de dano que geralmente é o último a surgir. Estes aspectos apresentam-se nas figuras 6.6, 6.7, 6.8 e 6.9.

6.2.2 Modelo de sobreposição simples - SS

O comportamento da junta de sobreposição simples, sem inserto, modelo SS, é influenciado pela existência de cargas de flexão ao longo da junta. As cargas de flexão são devidas à excentricidade da junta. A figura 6.10 apresenta a deformação do modelo. Tendo em conta que uma das extremidades tem os deslocamentos restringidos, e que

Figura 6.10: Deformação típica dos modelos de sobreposição simples. Modelo SS

à outra extremidade é aplicada um deslocamento, a zona das placas que se encontra sobreposta deforma-se por flexão. Este tipo de carregamento leva a esforços (ou interações) não uniformes de contacto entre o elemento ligador e as placas laminadas. A figura 6.11 tenta demonstrar este fenómeno. As curvas isotensão representam as zonas exteriores, próximas das superfícies livres das placas, que estão sujeitas a maiores pressões de contacto. Esta observação conclui em primeiro lugar, que só é possível verificar este fenómeno através de modelos tridimensionais. Por outro lado, a rigidez da junta será dependente deste fenómeno. Por conseguinte, a norma ASTM D5961 sugere a utilização de um parâmetro $k = 2$ para as geometrias *single shear* - ver equação 6.2.2, no cálculo da deformação da junta, e por consequência a rigidez da junta. Utilizando a equação 6.2.4, calcula-se que o valor da rigidez referente ao modelo SS é de 6.136 GPa.

O comportamento do modelo SS está representado na figura 6.12, em que se pode notar que a primeira não linearidade é verificada para uma carga de 3431.72 N, o que corresponde a uma tensão de esmagamento máxima de 285.9767 MPa. Estes são os valores da resistência e da rigidez do modelo SS.

A 1ªNL verifica-se após a inicialização dos quatro tipos de dano. A fissuração da

Figura 6.11: Contacto não uniforme ao longo da espessura. Modelo SS

matriz à tracção é o primeiro dano a inicializar-se, para uma carga de 1472.6 N, correspondente a uma percentagem $\%dp$ - a razão entre o deslocamento absoluto do provete e o diâmetro do furo, de 4%. Este inicializa-se para a camada a 90° . Seguidamente, verifica-se a rotura das fibras por tracção, a uma carga de 1839.768 N, para a camada a -45° . A fissuração da matriz em compressão inicializa-se para uma carga de 2082.12 N, para a camada a -45° . Por último, inicializa-se o dano por compressão das fibras, para uma carga de 2424.4 N e para a camada a 0° .

Devido ao tipo de elemento utilizado para a geração dos modelos das juntas de sobreposição simples, o C3D20, do tipo *solid layered brick*, não foi possível pós-processar a evolução dos diferentes tipos de dano.

Tabela 6.3: Indicação da carga, da camada e da %dp, para o início de cada tipo de dano - modelo SS

Tipo de dano	Carga do início do dano(N)	%dp	camada correspondente
Fissuração da matriz à tracção	1472.634	4%	90°
Rotura das fibras por tracção	1839.768	5%	-45°
Fissuração da matriz por compressão	2082.12	5.66%	-45°
Rotura das fibras por compressão	2424.4	6.66%	0°

Figura 6.12: Indicação gráfica dos pontos correspondentes ao início do dano - modelo SS

6.3 Parâmetros de resistência e rigidez: modelos com inserto

Com o objectivo de colar insertos de espessura 2mm (inserto+adesivo) entre o elemento ligador e as paredes do laminado, o diâmetro do furo é alargado de 6mm para 10mm. As outras dimensões do provete, w , e e d , também são alteradas por forma a seguir as recomendações MIL-HDBK-17 [MIL97b]. As especificações das geometrias dos modelos com inserto foram apresentadas no Capítulo 5.

Para a junta de sobreposição dupla, foi simulado o modelo DSI, e para as juntas de sobreposição simples, foram simuladas juntas com três tipos de insertos. Os modelos SSI1, SSI2 e SSI3, foram simulados, correspondendo aos três tipos de inserto.

A introdução de novas variáveis, como o comportamento não linear do adesivo, e geometrias mais complexas (geometria do inserto), tornam a análise do comportamento da junta ao esmagamento, ainda mais complexa.

6.3.1 Modelo de sobreposição dupla - DSI

O comportamento ao esmagamento do modelo DSI apresenta-se na figura 6.13.

O adesivo estrutural utilizado é um material com uma tensão de cedência à tracção de 34.7 MPa, e uma tensão de cedência à compressão de 45.1 MPa, e um módulo de elasticidade de 3.78 GPa. A rotura do adesivo é verificada para uma deformação plástica efectiva ou equivalente, $\bar{\epsilon}^{pl}$, de 0.0063.

O comportamento da junta, sendo função dos seus diversos elementos, é influenciado pela resistência e rigidez do laminado. A resposta ao esmagamento da junta, ver figura 6.13, mostram que a plastificação e a rotura do adesivo são verificadas antes da rotura final do laminado. Este comportamento foi anteriormente verificado, experimentalmente, por outros autores [Cam99] [HC94] [Nil89]. A plastificação do adesivo, para o modelo DSI, verifica-se à uma carga de 1953.73 N, correspondente à uma tensão de esmagamento de 97.6375 MPa, correspondente à $\%dp=0.45\%$. Este valor corresponde a apenas 19.32% da tensão de esmagamento máxima do modelo DS.

Figura 6.13: Curva do comportamento do modelo DSI. Indicação do início da plastificação e rotura do adesivo

O único dano que é verificado antes da rotura final do adesivo é a fissuração da matriz à tracção, que inicia-se para uma carga de 3246.3 N, que corresponde a $\%dp=0.75\%$. Este dano inicia-se na camada a 0°.

A rotura do adesivo é verificada para uma tensão de esmagamento de 215.983 MPa, correspondente a 43% da tensão de esmagamento máximo considerada para a junta DS. Verifica-se por conseguinte uma diminuição da resistência da junta devido à rotura do adesivo. Estas informações estão apresentadas na tabela 6.5. A rigidez da

Tabela 6.4: Indicação da carga correspondente ao início da plastificação e da rotura do adesivo - modelo DSI

	Início da plastificação	Rotura do adesivo
Carga(N)	1953.73	4319.66
$S_b = \frac{P}{t \cdot d}$ (MPa)	97.6375	215.983
$\%dp = \frac{\text{deslocamento}}{\text{diametro}(10mm)} * 100\%$	0.45	1

junta DSI pode ser calculada entre dois pontos pertencentes à parte linear da curva da figura 6.13, antes da rotura do adesivo, de acordo com a equação 6.2.4. O valor da rigidez é de 21.512 GPa.

Em termos numéricos, a comportamento do modelo DSI, após a rotura do adesivo,

deixa de convergir a partir de uma determinada percentagem, do deslocamento. Por outro lado, os resultados obtidos após a rotura do adesivo, não traduzem nenhum comportamento físico modelado.

Tabela 6.5: Indicação da carga correspondente ao início da plastificação e da rotura do adesivo - modelo DSI

	Início da plastificação	Rotura do adesivo
Carga(N)	1953.73	4319.66
$S_b = \frac{P}{t \cdot d}$ (MPa)	97.6375	215.983
$\%dp = \frac{\text{deslocamento}}{\text{diametro}(10\text{mm})} * 100\%$	0.45	1

6.3.2 Modelos de sobreposição simples - SSI1, SSI2 e SSI3

Os comportamentos dos modelos SSI1, SSI2 e SSI3, referentes aos insertos de tipo I, tipo II e tipo III respectivamente, apresenta-se nas curvas carga *versus* deslocamento da figura 6.14. O comportamento dos três modelos é determinado, à semelhança do modelo DS, pelo comportamento do adesivo. A rotura do adesivo, para os três modelos é verificada antes do laminado atingir a sua carga máxima. Para o modelo SSI1,

Figura 6.14: Curva do comportamento dos modelo SSI1, SSI2 e SSI3. Indicação do início da plastificação e rotura do adesivo

o início de plastificação é verificada à uma tensão de esmagamento correspondente

a 11.7% da tensão de esmagamento máxima para o modelo SS, enquanto a a rotura do adesivo verifica-se a 20.37% da tensão S_b^{max} do modelo SS.

No modelo SSI2, a adesivo plastifica a 11.6% da tensão S_b^{max} do modelo SS, e rompe a 20.2%.

Para o modelo SSI3, o valor do início da plastificação do adesivo é verificada para 9% da tensão S_b^{max} do modelo SS, e rompe a 16%.

As informações referentes às cargas de início de plastificação e à rotura do adesivo, apresentam-se na tabela 6.6. A resistência das juntas com inserto é claramente

Tabela 6.6: Indicação das cargas correspondente ao início da plastificação e da rotura do adesivo, para os modelos SSI1, SSI2, SSI3

	Início da plastificação	Rotura do adesivo
Modelo SSI1		
Carga(N)	667.272	1165.408
$S_b = \frac{P}{t \cdot d}$ (MPa)	33.3636	58.27
$\%dp = \frac{\text{deslocamento}}{\text{diâmetro}(10mm)} * 100\%$	0.6	1.05
Modelo SSI2		
Carga(N)	660.4	1153
$S_b = \frac{P}{t \cdot d}$ (MPa)	33.02	57.65
$\%dp = \frac{\text{deslocamento}}{\text{diâmetro}(10mm)} * 100\%$	0.6	1.05
Modelo SSI3		
Carga(N)	507.926	914.264
$S_b = \frac{P}{t \cdot d}$ (MPa)	25.396	45.71
$\%dp = \frac{\text{deslocamento}}{\text{diâmetro}(10mm)} * 100\%$	0.6	1.08

diminuída face ao comportamento do adesivo.

De entre os três tipos de inserto, nota-se que apresentam comportamentos diferentes quanto a rigidez. A rigidez das juntas é calculada de acordo com a equação 6.2.4. Para os modelos SSI1 e SSI2, a rigidez da junta é aproximadamente igual, e têm os valores 11.2 GPa, e 10.9 GPa, respectivamente. O modelo SSI3, entretanto, apresenta uma rigidez menor, de 8.5 GPa. Conclui-se, portanto, que o inserto do tipo I, ver figura 5.15, é o que apresenta melhor comportamento à rigidez.

Até a rotura do adesivo, não são verificados qualquer tipo de dano no laminado.

A análise numérica diverge, para os três modelos, a partir do ponto correspondente à rotura do adesivo.

6.4 Discussão dos resultados: medição da eficiência da utilização dos insertos

A resposta ao esmagamento das juntas de sobreposição dupla estão apresentadas na figura 6.15. É feita uma comparação dos comportamentos para os modelos DS e DSI. Esta comparação é possível porque se considera a relação entre as tensões de esmagamento e a percentagem do deslocamento em função do diâmetro do furo. É

Figura 6.15: Resposta ao esmagamento dos modelos DS e DSI. Comparação dos resultados

visível o aumento da rigidez da junta que é conseguida pela introdução do inserto. Considerando os valores calculados previamente (ver secções anteriores), verifica-se uma melhoria da rigidez da junta DSI face à junta DS de 50.71%.

A mesma informação apresenta-se na figura 6.16, referente aos modelos de sobreposição simples. O modelo SSI1, que é o que apresenta a melhor rigidez, verifica-se uma melhoria da rigidez da junta de 74.52% em relação à junta SS, enquanto que o modelo SSI3, que é o modelo com inserto que apresenta menor rigidez, verifica-se uma melhoria da rigidez da junta de 33.6%, em relação à junta SS.

Figura 6.16: Resposta ao esmagamento dos modelos SS, e SSI1, SSI2 e SSI3. Comparação dos resultados

Os valores de tensão de esmagamento são comparados, nas tabelas 6.7 e 6.8, para dois valores da percentagem do deslocamento sobre o diâmetro do furo, $\%dp$. O valor $\%dp=0.4\%$ corresponde a um ponto anterior ao início da plastificação do adesivo, enquanto que para $\%dp=0.8\%$ a plastificação do adesivo já se iniciou.

Tabela 6.7: Comparação dos valores da tensão de esmagamento (S_b), para os modelos DS e DSI

$\%d$	Modelo DS	Modelo DSI
0.4 %	58.3 MPa	87.5 MPa
0.8 %	116.4 MPa	172 MPa

Tabela 6.8: Comparação dos valores da tensão de esmagamento(S_b) entre os modelos SS e SSI1, SSI2 e SSI3

$\%d$	Modelo SS	Modelo SSI1	Modelo SSI2	Modelo SSI3
0.4 %	12.1 MPa	22.2457 MPa	22.01 MPa	16.9564 MPa
0.8 %	24.3 MPa	44.458 MPa	43.99 MPa	33.74 MPa

Tanto para os modelos de sobreposição dupla, como para os modelos de sobreposição simples, a rigidez não se altera com a plastificação do adesivo, dado que mesmo

após a plastificação do adesivo, continua a verificar-se um comportamento linear dos modelos.

A melhoria da rigidez das juntas com a utilização de insertos colados é justificado por uma redistribuição das tensões radiais, tensões de contacto, na parede do furo no laminado.

Figura 6.17: Redistribuição do campo das tensões

Capítulo 7

Conclusões e propostas de trabalhos futuros

7.1 Conclusões

A análise dos compósitos laminados contendo ligações desmontáveis (aparafusadas, rebitadas, etc.) é mais complexa que a análise de um laminado sem furo, ou com furos não carregados, e consideravelmente mais complexa que a análise de materiais isotrópicos. A distribuição das tensões nas ligações mecânicas desmontáveis é dependente de parâmetros complexos como o contacto e a fricção. Outros parâmetros importantes podem-se salientar, como por exemplo,

- a geometria e a rigidez do elemento ligador, a configuração geométrica da junta, que pode ter formas complexas e um comportamento material não linear;
- as propriedades de fricção dos membros a serem ligados, com a existência de diferentes coeficientes de fricção, bem como situações de contacto com folga ou com interferência;
- as forças de aparafusamento e pressão nas anilhas;
- as características anisotrópicas do laminado que permitem configurações, desde o laminado unidirecional a laminados quasi-isotrópicos, passando por laminados não simétricos;

- diferentes condições de carregamento, bem como a consideração de esforços que resultam da excentricidade da geometria da junta;
- o carácter tridimensional dos esforços existentes;
- o comportamento material do laminado, extremamente dependente dos diferentes tipos de dano, bem como dos diferentes mecanismos de dano e modos de rotura;
- e o encadeamento de todos estes danos, por forma a melhor interpretar o comportamento real dos laminados.

A inclusão de todos estes parâmetros directamente na análise da distribuição das tensões é quase impossível, mesmo com os potentes computadores agora disponíveis. Neste trabalho foram estudados dois tipos de junta: juntas de sobreposição dupla e juntas de sobreposição simples. Na geração dos modelos de elementos finitos para a análise do comportamento destas juntas, pretendeu-se modelar de forma mais real possível a geometria, as propriedades e características de todos os elementos relevantes. No entanto, foi necessário estabelecer um compromisso entre a complexidade dos modelos e a o carácter mais real dos modelos.

O primeiro compromisso passou por modelar o elemento ligador como sendo um pino rígido (para os modelos das juntas de sobreposição dupla), ou como um pino deformável, com o comportamento linear elástico (modelos das juntas de sobreposição simples). Segundo alguns autores [HK85] [Cam99], a introdução de pinos rígidos não introduz grande diferença na análise da junta. Foi assumido um contacto sem fricção entre todas as partes em contacto, e como um contacto sem folga. Dado o elemento ligador modelado ter sido um pino, as pressões da anilha são irrelevantes para os modelos aqui estudados.

O material considerado foi um laminado quasi-isotrópico, $(0/90/+45/-45)_{2s}$. Considerou-se que o comportamento de cada camada é função de quatro tipos de dano, a fissuração da matriz, por tracção e por compressão, e a rotura das fibras, por tracção e por compressão. A evolução destes danos, com base na degradação das propriedades

material, permitem determinar o comportamento do laminado, e a rotura final do laminado. A carga máxima a ser suportada pelo laminado foi considerado como equivalente à primeira não linearidade da curva carga *versus* deslocamento.

Os elementos C3D8 e C3D20 do ABAQUS [aba00c] foram utilizados para a geração das malhas tridimensionais de elementos finitos. Para os modelos de sobreposição dupla foram modelados um elemento por camada. Para os modelos de sobreposição simples, o elemento *solid layered brick* foi utilizado, por forma a gerar em cada elemento diferentes camadas, com diferentes orientações. Este foi o compromisso obtido para a modelação das 32 camadas existentes em cada modelo das juntas de sobreposição simples. As condições de contacto foram geradas entre todas as partes em contacto. Os modelos foram solicitados em tracção (por deslocamento). A malha de elementos finitos foi validada, comparando com resultados obtidos por outros autores [Cam99] [Jon87].

Foram analisados cinco modelos, DS e DSI - modelos das juntas de sobreposição dupla sem inserto e com inserto, respectivamente, e modelos de sobreposição simples SS (sem inserto) e SSI1, SSI2 e SSI3 (com inserto).

A resposta, prevista, do modelo DS, foi comparada com resultados experimentais obtidos [TC02], verificando uma excelente aproximação aos resultados previstos. Os resultados experimentais permitiram validar os procedimentos utilizados na criação dos modelos, como por exemplo a propagação do dano. Não foi no entanto possível obter os resultados experimentais referentes aos modelos de sobreposição simples, ou aos modelos com inserto.

A colagem de insertos metálicos entre o elemento ligador e furo foi a técnica proposta para a melhoria da eficiência das ligações em materiais compósitos laminados. Verificou-se que a utilização de insertos metálicos permite redistribuir as tensões à volta do furo, alargando a área de contacto com o laminado, o que faz diminuir a concentração das tensões, que para laminados sem inserto, estão confinados a uma

pequena área. Por outro lado, a utilização de insertos metálicos colados permite melhorar a rigidez da junta em valores que chegam aos 74% em relação a juntas sem inserto.

No entanto, o comportamento da junta é influenciada negativamente pela rotura do adesivo, que se verifica a percentagem inferiores a 50% da tensão de esmagamento máxima admitida pela junta sem inserto.

Pode-se concluir, que a utilização da colagem dos insertos alteram o modo de rotura da junta de esmagamento para rotura do adesivo.

Considerando critérios baseados em pequenas deformações da junta, pode-se verificar um melhor comportamento das juntas com inserto, em relação às juntas sem inserto.

7.2 Propostas de trabalhos futuros

Algumas sugestões podem ser feitas no sentido de prosseguir a presente investigação, bem como novas linhas de investigação podem ser desenvolvidas no sentido da melhor representação do comportamento das juntas:

- 1 Alguns parâmetros das juntas não foram consideradas, por necessidade de um compromisso entre a complexidade da análise numérica e a abordagem dos aspectos mais importantes em estudo. Entre estes parâmetros, sugere-se a modelação geométrica de elementos ligadores como o parafuso. Este elemento ligadore leva a consideração do contacto entre a cabeça do do parafuso e as placas laminadas, pelo que acresce mais complexidade aos modelos. Por outro lado, a modelação de parafusos leva necessariamente à modelação da anilha e das pressões aparafusamento. O comportamento não linear material do parafuso pode ter influência no comportamento das juntas, principalmente das juntas de sobreposição simples. Sugere-se ainda o estudo a influência dos coeficientes de fricção no comportamento das juntas.

- 2 O modelo de dano aqui utilizado considerou os danos intralaminares. No entanto,

danos interlaminares, como por exemplo a delaminação, são danos importantes para o comportamento dos laminados, principalmente para solicitações em compressão.

- 3 Compreender melhor o comportamento das juntas de sobreposição simples, nomeadamente as deformações e esforços de flexão devidas à excentricidade da junta, por forma a determinar qual a componente da deformação de flexão na deformação final da junta.
- 4 O modelo de dano utilizado para os modelos estudados têm por base carregamentos estáticos e à temperatura ambiente. Sugere-se o estudo de novos critérios de dano, ou ao melhoramento dos critérios apresentados neste trabalho, no sentido permitirem a modelação da evolução do dano, em diferentes condições de temperatura, e sujeitas a solicitações estáticas e dinâmicas.
- 5 Ao nível da melhoria da eficiência das ligações em materiais compósitos, sugere-se um estudo paramétrico no sentido de otimizar a geometria dos insertos, bem como os materiais mais adequados para a construção dos insertos e para a colagem. No entanto, outras técnicas podem ser sugeridas, como por exemplo, a montagem por interferência entre o furo e o inserto. Esta técnica terá, no entanto, o inconveniente de levar a iniciação dos danos na parede do furo, devido à pressão da interferência.
- 6 Por fim, mais resultados experimentais são necessários para a completa validação dos resultados aqui obtidos, essencialmente no que refere aos modelos de sobreposição simples.

Bibliografia

- [Å97] Åström, B. *Manufacturing of Polymer Composite*. Chapman & Hall, first edition, 1997.
- [AB90] Agarwal, B D and Broutman, L J. *Analysis and Performance of Fibre Composites*. John Wiley and Sons, New York, NY, 1990.
- [aba00a] *ABAQUS 6.1 Example Problems Manual*. Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, USA, 2000.
- [aba00b] *ABAQUS 6.1 Theory Manual*. Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, USA, 2000.
- [aba00c] *ABAQUS 6.1 User's Manuals I,II,III, Keywords*. Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, USA, 2000.
- [Ada87] Adams, R D . *Theoretical Stress Analysis of Adhesively Bonded Joints in Joining Fibre-Reinforced Plastic*, pages 185–227. F L Matthews, ed., Elsevier, Barking, 1987.
- [Aga80] Agarwal, B L. Static strength prediction of bolted joints in composite materials. *AAIA Journal*, 18:1371–1375, 1980.
- [Aro93] Aronsson, C G. Strength of carbon/epoxy laminates with countersunk hole. *Composite Structures*, 24:283–289, 1993.
- [AT65] Azzi, V D and Tsai, S W. Anisotropic strength of composites. *Experimental Mechanics*, pages 283–288, 1965.
- [Bar76] Barlow, J. Optimal stress location in finite element methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 10:243–251, 1976.

- [Bat96] Bathe, K J . *Finite Element Procedures*. Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1996.
- [BGC90] Barboni, R, Gandenzi, P, and Carlini, S. A three dimensional analysis of the edge effects in composite laminates with circular holes. *Composite Structures*, 15:115–136, 1990.
- [BJ81] Beer, F P and Johnston Jr, E R. *Mechanics of Materials*. Connecticut, USA, 2 edition, 1981.
- [BK99] Banbury, A and Kelly, D W. A study of fastener pull-through failure of composite laminates - pat 1: experimental. *Composite Structures*, 45:241–254, 1999.
- [BKJ99] Banbury, A, Kelly, D W, and Jain, L K. A study of fastener pull-through failure of composite laminates - pat 2: failure prediction. *Composite Structures*, 45:255–270, 1999.
- [Cam99] Camanho, P P. *Application of Numerical Methods to the Strength Prediction of Mechanically Fastened Joints in Composite Laminates*. PhD thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, Centre for Composite Materials, 1999.
- [CBM98] Camanho, P P, Bowron, S, and Matthews, F L. Failure mechanisms in bolted cfrp. *Journal of Reinforced Plastic and Composites*, 17:205–233, 1998.
- [CC87a] Chang, F K and Chang, K Y. Post- failure analysis of bolted composite joints in tension and shear-out mode failure. *Journal of Composite Materials*, 21:809–833, 1987.
- [CC87b] Chang, F K and Chang, K Y. A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations. *Journal of Composite Materials*, 21:834–855, 1987.
- [Cha69] Chamis, C C. Failure criteria for filamentary composites. Technical report, ASTM, Composite Materials: Testing and Design, 1969.

- [CHKM98] Charalambides, M N, Hardouin, R, Kinloch, A J, and Matthews, F L. Adhesively-bonded repairs to fibre-composite materials- i: Experimental studies. *Composites-Part A*, 29:1371–1381, 1998.
- [CHR81] Crews, J H, Hong, C S, and Raju, I S. Stress concentration factors for finite orthotropic laminates with a pin loaded hole. Technical report, National Aeronautics and Space Administration, 1981. NASA TP 1862.
- [CKM98] Charalambides, M N, Kinloch, A J, and Matthews, F L. Adhesively-bonded repairs to fibre-composite materials- ii: Finite element characterization. *Composites-Part A*, 29:1383–1396, 1998.
- [CL91] Chang, F K and Lessard, L B. Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subjected to compressive loadings: part i - analysis. *Journal of Composite Materials*, 25:2–43, 1991.
- [CL92] Chen, W H and Lee, Y J. Failure process and pin bearing strength of laminated composites at elevated temperatures. *Journal of Plastics and Composites*, 11:743–771, 1992.
- [CL95] Chen, W H and Lee, S S. Numerical and experimental failure analysis of composite laminates with bolted joints under bending loads. *Journal of Composite Materials*, 29:15–36, 1995.
- [CLC91] Chang, K Y, Liu, S, and Chang, F K. Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subjected to tensile loadings. *Journal of Composite Materials*, 25:274–301, 1991.
- [CLY95] Chen, W H, Lee, S S, and Yeh, J T. Three dimensional contact stress analysis of a composite laminates with bolted joints. *Composite Structures*, 30:287–297, 1995.
- [CM99] Camanho, P P and Matthews, F L. A progressive damage model for mechanically fastened joints in composite laminates. *Journal of Composite Materials*, 33:2248–80, 1999.
- [CM00] Camanho, P P and Matthews, F L. Bonded inserts for cfrp bolted joints. In *European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Mechanical Testing*, pages 207–212, 2000.

- [CN86] Crews, J H and Naik, R A. Combined bearing-by pass loading on a graphite/epoxy laminate. *Composite Structures*, 6:21–40, 1986.
- [Col77] Collings, T A. The strength of bolted joints in multi-directional cfrp laminates. *Composites*, 8:43–54, 1977.
- [Col82] Collings, T A. On the bearing strength of cfrp laminates. *RAE Technical Reports*, 82033:1–23, 1982.
- [Con86] Conti, P. Influence of geometric parameters on the stress distribution around a pin-loaded hole in a composite laminates. *Composite Science and Technology*, 25:1–19, 1986.
- [Cre81] Crews, J H. Bolt bearing fatigue of a graphite/epoxy laminate. In Kedward T, editor, *Joining of Composite Materials*, ASTM STP 749, pages 131–144. American Society for Testing and Materials, 1981.
- [Cri97] Crisfield, M A . *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, volume 2. Wiley, Chichester, U.K., 1997.
- [CSS82] Chang, F K, Scott, R A, and Springer, G S. Strength of mechanically fastened composite joints. *Journal of Composite Materials*, 16:470–494, 1982.
- [CSS84] Chang, F K, Scott, R A, and Springer, G S. Failure strength of nonlinear elastic composite laminates containing a pin loaded hole. *Journal of Composite Materials*, 18:464–477, 1984.
- [Cun99] Cuntze, R G. Progressive failure of 3-d-stress laminates: Multiple nonlinearity treated by the failure mode concept. In *Cardon FRV - Recent Developments in Durability Analysis of Composite Systems*, pages 3–27, Jul 1999.
- [DCM01] Dávila, C G, Camanho, P P, and Moura, M F. Mixed mode decohesion elements for analyses with progressive delamination. In *Structural Dynamics and Materials Conference*, volume 42nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC, 2001.
- [DGP00] Dano, M L, Gendron, G, and Picard, A. Stress and failure analysis of mechanically fastened joints in composite laminates. *Composite Structures*, 50:287–296, 2000.

- [Eri86] Erikson, L I. Contact stress in bolted joints of composite laminates. *Composite Structures*, 6:57–75, 1986.
- [GH88] Gerharz, J and Huth, H. Effect of environment and improvement measures on static and fatigue strength of bolted cfrp-joints. In *Behaviour and analysis of Mechanically fastened joints in composite structures*, number CP 427, pages 19–1–16. AGARD Conference Proceedings, 1988.
- [GM82] Godwin, E W and Matthews, F L. A review of the strength of joints in frp - part i: Mechanically fastened joints. *Composites*, 11:155–160, 1982.
- [GPW95] Gamble, K, Pilling, M, and Wilson, A. An automated finite element analysis of the initiation and growth of damage in carbon-fibre composite materials. *Composite Structures*, 35:265–274, 1995.
- [Har78] Hart-Smith, L J. Mechanically-fastened joints for advanced composites - phenomenological considerations and simple analysis. *Douglas Papers*, 6748:1–32, 1978.
- [Har86] Hart-Smith, L J. Design and analysis of bolted and riveted joints in fibrous composite structures. *Douglas Papers*, 7736:1–15, 1986.
- [Has80] Hashin, Z. Failure criteria for unidirectional fiber composite. *Journal of Applied Mechanics*, 47:329–334, 1980.
- [HC94] Herrera-Franco, P and Cloud, G L. Strain-relief inserts for composite fasteners - an experimental study. *Journal of Composite Materials*, 26:751–768, 1994.
- [HC96] Hung, C L and Chang, F K. Strength envelope of bolted composite joints under by-pass loads. *Journal of Composite Materials*, 30:1402–1435, 1996.
- [HdM86] Hoggkinson, J M, de Beer, D L, and Matthews, F L. The strength of bolted joints in kevlar rp. Technical report, ESA, 1986. SP-243.
- [HG02] Hart-Smith, L J and Gosse, J H. Characterizing the strength of fiber polymer composites using mechanistic failure models. In Scott ML Baker A, editor, *AIAA/CRC-ACS text on composite materials*. 2002. submitted for publication.

- [HK85] Hyer, M W and Klang, E C. Contact stress in pin-loaded orthotropic plates. *International Journal of Solids and Structures*, 21:957–975, 1985.
- [HKC87] Hyer, M W, Klang, E C, and Cooper, D E. The effects os pin elasticity, clearance and friction on the stress in pin-loaded orthotropic plates. *Journal of Composite Materials*, 21:190–206, 1987.
- [HKS01] Hinton, M J, Kaddour, A S, and Soden, P D. Prediction failure in fibre composites: Lessons learned from the world-wide failure exercise. In *International Conference on Composite Materials*, 2001. 1198.
- [HL85] Hyer, M W and Liu, D. Stress in pin-loaded orthotropic plates: photoelastic results. *Journal of Composite Materials*, 19:138–153, 1985.
- [Hof67] Hoffman, O. The brittle strength of orthotropic materials. *Journal of Composite Materials*, 1:200–206, 1967.
- [HR73] Hashin, Z and Rotem, A. A fatigue failure criterion for fibre reinforced materials. *Journal of Composite Materials*, 7:448–464, 1973.
- [HS93] Herrington, P and Sabbaghian, M. Fatigue failure of bolted joints. *Journal of Composite Materials*, 27:491–512, 1993.
- [HS98] Hinton, M J and Soden, P D. Prediction failure in composite laminates: the background to the exercise. *Composite Science and Technology*, 58:1001–1010, 1998.
- [Iar95] Iarve, E. Stress analysis in laminated composites with fastener holes. In *Proceedings of the American Society for Composites - 10th Technical Conference*, pages 408–419. American Society for Composites, 1995.
- [Iar96] Iarve, E. Spline variation three dimensional stress analysis of laminated composite plates with open holes. *International Journal of Solids and Structures*, 33:2095–2118, 1996.
- [Ire98] Ireman, T. Three-dimensional stress analysis of bolted single-lap composite joints. *Composite Structures*, 43:195–216, 1998.

- [Ire99] Ireman, T. Design of composite structures containing bolt holes and open holes. Technical report, Department of Aeronautics, Royal Institute of Technology, Sweden, 1999. n.º 99-03.
- [JM79] Johnson, M and Matthews, F L. Determination of safety factors for use when designing bolted joints in grp. *Composites*, 10:73–76, 1979.
- [Jon87] Jong, T de. Stress in pin-loaded anisotropic plates. In *AGARD Conference Preceedings*, volume 427, pages 5.1–5.17, 1987.
- [Kam81] Kam, C Y. Bolt hole growth in graphite-epoxy laminates for clearance and interference fits when subjected to fatigue loads. In *Fatigue of Fibrous Composite Materials*, ASTM STP 723, pages 21–30. American Society for Testing and Materials, 1981.
- [KBMA01] Kradinov, V, Barut, A, Madenci, E, and Ambur, D R. Bolted double-lap joints under mechanically and thermal loading. *International Journal of Solids and Structures*, 38:7801–7837, 2001.
- [KK98] Ko, H Y and Kwak, B M. Contact analysis of mechanically fastened joints in composite laminates by linear complementary problem formulation. *Composite Structures*, 40:187–200, 1998.
- [KM85] Kretsis, G and Matthews, F L. The strength of bolted joints in glass fibre-epoxy laminates. *Composites*, 16:92–105, 1985.
- [LDH83] Laws, N, Dvorak, G J, and Hejazi, M. Stiffness changes in unidirectional composites caused by crack systems. *Mechanics of Materials*, 3:123–137, 1983.
- [Lek83] Lekhnitskii, S G . *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*. Holden Day, San Francisco, CA, 1983.
- [LKC02] Li, R, Kelly, D, and Crosky, A. An evaluation of failure criteria for matrix induced failure in composite materials. *Composite Structures*, 2002. article in press.
- [LM90] Little, R E and Mallick, P K. Fatigue of bolted joints in smc-r18 sheet molding compound composites. *Journal of Composite Technology and Research*, 12:155–163, 1990.

- [LS95] Lessard, L B and Shokrieh, M M. Two-dimensional modelling of composite pinned-joint failure. *Journal of Composite Materials*, 29:671–697, 1995.
- [MAW89] Marshall, I H, Arnold, W S, and Wood, J. Observations on bolted connections in composite structures. *Composite Structures*, 13:133–151, 1989.
- [McC01] McCarthy, M. Bojcas: Bolted joints in composite aircraft structures. *Air and Space Europe*, 3, 2001.
- [MG97] Mirabella, L and Galea, S C. An experimental investigation into the use of inserts to enhance the static performance of thin composite bolted lap joints. In *ICCM-11 Conference Proceedings*, volume 6, pages 148–157. Woodhead Publishing Ltd, 1997.
- [Mid90] Middleton, D. *Composite materials in aircraft structures*. Longman Scientific & Technical, first edition, 1990.
- [MIL97a] MIL-HDBK-17. *Polymer Matrix Composite*, volume 3. Dept. Defense, Washington, DC, 1997.
- [MIL97b] MIL-HDBK-17. *Polymer Matrix Composite*, volume 1. Dept. Defense, Washington, DC, 1997.
- [MKG82] Matthews, F L, Kilty, P F, and Godwin, E W. Load-carrying joints in fibre reinforced plastics. *Plastic and Rubber Process and Applications*, 2:19–25, 1982.
- [MWC82] Matthews, F L, Wong, C M, and Chryssafitis, S. Stress distribution around a single bolt in fibre reinforced plastics. *Composites*, 13:316–322, 1982.
- [NC85] Naik, R A and Crews, J H. Stress analysis method for a clearance-fit bolt under bearing condition. *AIAA Journal*, 24:1348–1353, 1985.
- [NC88] Naik, R A and Crews, J H. Ply-level failure analysis of a graphite/epoxy laminate under bearing by-pass load. Technical report, NASA, 1988.
- [Nil89] Nilsson, S. Increasing the strength of graphite/epoxy bolted joints by introducing an adhesively bonded metallic insert. *Journal of Composite Materials*, 23:643–650, 1989.

- [NL79a] Nuismer, R J and Labor, J D. Applications of the average stress failure criterion: part I - tension. *Journal of Composite Materials*, 12:238–249, 1979.
- [NL79b] Nuismer, R J and Labor, J D. Applications of the average stress failure criterion: part II - compression. *Journal of Composite Materials*, 13:49–60, 1979.
- [NT88] Nuismer, R J and Tan, S C. Constitutive relations of cracked composite lamina. *Journal of Composite Materials*, 22:306–321, 1988.
- [PE99] Persson, E and Erikson, I. Fatigue of multiple-row bolted joints in carbon/epoxy laminates: ranking of factors affecting strength and fatigue life. *International Journal of Fatigue*, 21:337–353, 1999.
- [PEH97] Persson, E, Erikson, I, and Hammersberg, P. Propagation of hole machining defects on strength and fatigue life of composite laminates. *Composite part A: Applied Science and Manufacturing*, 28A:141–151, 1997.
- [Puc95] Puck, A. Festigkeitsanalyse von faser-matrix-laminaten, modelle für die praxis. *Hanser*, 1995.
- [QM87] Quinn, W J and Matthews, F L. The effect of stacking sequence on the pin bearing strength in GFRP. *Journal of Composite Materials*, 11:139–145, 1987.
- [Ram81] R L Ramkumar. Bolted joint design. In Chamis CC, editor, *Test Methods and Design Allowables for Fibrous Composites*, ASTM STP 737, pages 376–395. American Society for Testing and Materials, 1981.
- [Ram89a] Ramamurthy, T S. New studies on the effect of bearing loads in lugs with clearance fit pins. *Composite Structures*, 11:135–150, 1989.
- [Ram89b] Ramamurthy, T S. Recent studies on the behaviour of interference fit pins in composite plates. *Composite Structures*, 13:81–99, 1989.
- [RCY73] Raghava, R, Caddell, R M, and Yeh, G S. The macroscopic yield behaviour of polymers. *Journal of Materials Science*, 8:225–232, 1973.
- [RRWC82] Rowlands, R E, Rahman, R U, Wilkinson, T L, and Chiang, Y I. Single and multiple-bolted joints in orthotropic materials. *Composites*, 13:273–279, 1982.

- [RT86] Ramkumar, R L and Tossavainen, E W. Strength and lifetime of bolted laminates. In Potter JM, editor, *Fatigue in Mechanically Fastened Composite and Metallic Joints*, ASTM STP 927, pages 251–273. American Society for Testing and Materials, 1986.
- [Ruf95] Rufin, A C. Fastener hole reinforcement in composites using colded-expanded inserts. *Journal of Composite Technology and Research*, 17:145–151, 1995.
- [Sar91] Sarabian, S M. An experimental and finite element investigation into the non-linear material behaviour of pin-loaded composite laminates. Technical report, MTL Report, 1991. TR 91-2.
- [SC95] Shahid, I S and Chang, F K. An accumulative damage model for tensile and shear failures of laminated composite plates. *Journal of Composite Materials*, 29:926–981, 1995.
- [SCQ02a] Sun, H T, Chang, F K, and Qing, X. The response of composite joints with bolt-clamped loads, part i: Model development. *Journal of Composite Materials*, 36:47–67, 2002.
- [SCQ02b] Sun, H T, Chang, F K, and Qing, X. The response of composite joints with bolt-clamped loads, part ii: Model verification. *Journal of Composite Materials*, 36:69–92, 2002.
- [SGA81] Schütz, D, Gerharz, J J, and Alschweig, E. Fatigue properties of unnotched, notched and jointed specimens pf graphite/epoxy composite. In *Fatigue of Fibrous Composite Materials*, ASTM STP 723, pages 31–47. American Society for Testing and Materials, 1981.
- [SL96] Shokrieh, L B and Lessard, L B. Effects of material non-linearity in the three-dimensional stress state of pin-loaded composite laminates. *Jouranal of Composite Laminates*, (30):839–861, 1996.
- [SLP96] Shokrieh, L B, Lessard, L B, and Poon, C. Three-dimensional progressive failure analysis of pin/bolt loaded composite laminates. In *AGARD Conference Proceedings*, number 590, pages 2–3, 1996.
- [SPPS86] Smith, P A, Pascoe, K J, Polak, C, and Stround, D O. The behaviour of single-lap bolted joints in cfrp laminates. *Composite Structures*, 6:41–55, 1986.

- [SQTO96] Sun, C T, Quinn, B J, Tao, J, and Oplinger, D W. Comparative evaluation of failure analysis methods for composite laminates. Technical report, NASA, 1996.
- [Sta01] Starikov, R. *Quasi-Static and Fatigue Behaviour of Composite Bolted Joints*. PhD thesis, Departament of Aeronautics, Royal Institute of Technology, Sweden, 2001.
- [Str89] Strong, Dr. A B. *Fundamentals of Composite Manufacturing: Materials, Methods and Applications*. Society of Manufacturing Engineers, Michigan, USA, 1 edition, 1989.
- [Tan81] Tang, S. Failure of composite joints under combined tension and bolt loads. *Journal of Composite Materials*, 15:329–335, 1981.
- [Tan91] Tan, S C. A progressive failure model for composite laminates containing openings. *Journal of Composite Materials*, 25:556–557, 1991.
- [TC02] Tavares, C T and Camanho, P C. Caracterização do laminado, 2002. Relatório de Progresso, Projecto POCTI/43525/EME/2000.
- [TH80] Tsai, S W and Hahn, H T. *Introduction to composite materials*. Technomic Publishing Company, Westport, 1980.
- [TM90] Tsai, M Y and Morton, J. Stress and failure analysis of a pin-loaded composite plates - experimental study. *Journal of Composite Materials*, 24:1101–1121, 1990.
- [TN89] Tan, S C and Nuismer, R J. A theory for progressive matrix cracking in composite laminates. *Journal of Composite Materials*, 23:1029–1047, 1989.
- [TPK01] Tserpes, K I, Papanikos, P, and Kermanids, Th. A three-dimensional progressive damage model for bolted joints in composite laminates subjected to tensile loading. *Fatigue Fracture Engeneering Materials Structures*, 24:663–675, 2001.
- [Tsa65] Tsai, S W. Strength characteristics of composite materials. Technical report, NASA, 1965.

- [TW71] Tsai, S W and Wu, E M. A general theory of strength for anisotropic materials. *Jornal of Composite Materials*, 5:58–80, 1971.
- [VB02] Vangrimde, B and Boukhili, R. Bearing stiffness of glass fibre-reinforced polyester: influence of coupon geometry and laminate properties. *Composite Strutures*, 58:57–73, 2002.
- [WC71] Waszczak, J P and Cruse, T A. Failure mode and strength prediction of anisotropic bolt bearing specimens. *Journal of Composite Materials*, 5:421–425, 1971.
- [WH88] Wang, S and Han, Y. Finite element analysis for load distribution of multi-fastener joints. *Journal of Composite Materials*, 22:124–135, 1988.
- [WN74] Whitney, J M and Nuismer, R J. Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations. *Journal of Composite Materials*, 8:253–265, 1974.
- [WRC81] Wilkinson, T L, Rowlands, R E, and Cook, R D. An incremental finite element determination of stress around loaded holes in wood plates. *Computers and Strutures*, 14:123–128, 1981.
- [WS96] Wang, W C and Sheu, Y M. Stress analysis of bolted joints in cfrp laminates by half-fringe birefringent-coating technique. *Composite Structures*, 34:91–100, 1996.
- [YS78] Yamada, S E and Sun, C T. Analysis of laminate strength and its distribution. *Journal of Composite Materials*, 12:275–284, 1978.